**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»**

ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И ФИЗИКИ ЯДРА

Учебное пособие
к практическим занятиям по физике

Харьков «ХАИ» 2012

УДК 535 + 539 (075.8)
В 67

Запропоновано задачі з фізики за такими розділами: «Інтерференція», «Дифракція», «Поляризація. Ефект Доплера. Ефект Вавілова – Черенкова», «Теплове випромінювання», «Квантові властивості світла», «Основи квантової механіки», «Елементи фізики ядра».

На початку кожного розділу подано таблицю з основними формулами. Розглянуто приклади розв'язання задач.

У додатку наведено значення фундаментальних фізичних сталих, рекомендованих робочою групою CODATA (2010 р.).

Для студентів технічних вузів.

Авторский коллектив:
Д.А. Воронович, Н.И. Глущенко, О.И. Петрова, А.А. Таран, М.В. Варминский

Рецензенты: д-р техн. наук Ю.А. Загоруйко,
канд. физ.-мат. наук, проф. В.М. Ванцан

В 67 Волновая и квантовая оптика. Основы квантовой механики и физики ядра [Текст]: учеб. пособие к практ. занятиям по физике/ Д.А. Воронович, Н.И. Глущенко, О.И. Петрова и др. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2012. – 72 с.

Предложены задачи по физике по следующим разделам: «Интерференция», «Дифракция», «Поляризация. Эффект Доплера. Эффект Вавилова – Черенкова», «Тепловое излучение», «Квантовые свойства света», «Основы квантовой механики», «Элементы физики ядра».

В начале каждого раздела представлена таблица с основными формулами. Рассмотрены примеры решения задач.

В приложении приведены значения фундаментальных физических постоянных, рекомендованных рабочей группой CODATA (2010 г.).

Для студентов технических вузов.

Ил. 8. Табл. 8. Библиогр.: 14 назв.

УДК 535 + 539 (075.8)

Алгоритм решения задач

В процессе решения задач по физике у студентов вырабатывается умение применять общие теоретические законы и принципы к анализу и выяснению сущности конкретных физических явлений. Одновременно углубляются и закрепляются теоретические знания, появляется умение использовать математические методы в физических исследованиях. При решении задач развивается логическое мышление, укрепляются воля и вера в свои силы, которые играют решающую роль в творческой работе.

Целесообразно решать задачи в такой последовательности:

1) изучить условие задачи:
   - а) внимательно прочесть текст задачи;
   - б) выяснить смысл неизвестных терминов;
   - в) записать краткое условие задачи, указать искомые величины и выделить ее главные вопросы;
   - г) перевести заданные величины в единицы СИ;

2) проанализировать содержание задачи:
   - а) выяснить физический смысл задачи (о каких явлениях, фактах, свойствах тел, состояниях системы говорится в ней);
   - б) изобразить необходимые для решения графики, рисунки и т.п.;
   - в) внести дополнительные условия для получения однозначного ответа;

3) составить план решения, записав необходимые уравнения, связывающие исходные данные задачи с величинами, которые нужно найти;
4) решить уравнения, получив искомые величины в символьном виде;
5) определить размерности полученных величин и убедиться в их правильности;
6) подставить в полученный в символьном виде результат численные значения всех величин, взятых в единицах СИ, и произвести расчеты;
7) представить полученные при расчетах значения в нормализованной (научной, инженерной) форме записи числа, т. е. в виде $\boldsymbol{a \cdot 10^n}$, где $\boldsymbol{1 \le a < 10}$ (например, $\boldsymbol{R = 10973731\ м^{-1}}$ и $\boldsymbol{\alpha = 0{,}007297}$ представить в виде $\boldsymbol{R = 1{,}0973731 \cdot 10^7\ м^{-1}}$ и $\boldsymbol{\alpha = 7{,}297 \cdot 10^{-3}}$ соответственно);
8) проверить полученный результат, сопоставив его с результатами известных физических экспериментов, и оценить его правдоподобность.

Желаем успехов!

З а н я т и е 1

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$L = nr$	Оптическая длина пути светового луча	n – показатель преломления среды; r – геометрическая длина пути светового луча
2	$\Delta = L_2 - L_1 = n_2 r_2 - n_1 r_1$	Оптическая разность хода световых лучей	n_1, n_2 – показатели преломления сред, в которых распространяется свет; r_1, r_2 – геометрические длины путей двух световых лучей
3	$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta$	Связь между разностью фаз и оптической разностью хода световых лучей	λ_0 – длина волны света в вакууме
4	$\Delta = \pm\, 2m\frac{\lambda_0}{2} = \pm\, m\lambda_0$	Условие максимума результирующей интенсивности света при интерференции	m – порядок интерференционного максимума ($m = 0, 1, 2\ldots$)
5	$\Delta = \pm\,(2k-1)\frac{\lambda_0}{2}$	Условие минимума результирующей интенсивности света при интерференции	k – порядок интерференционного минимума ($k = 1, 2\ldots$)
6	$\Delta x = \frac{L}{d}\lambda_0$	Расстояние между интерференционными максимумами (минимумами) на экране, размещенном параллельно двум когерентным источникам света	d – расстояние между источниками света; L – расстояние от экрана до источников света ($L \gg d$)

Окончание табл. 1

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
7	$2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\alpha} = 2d\,n_2\cos\beta = \begin{cases}(2m+1)\dfrac{\lambda_0}{2}, & \text{(а)}\\ m\lambda_0 & \text{(б)}\end{cases}$	Условия усиления **(а)** и ослабления **(б)** света, отраженного от тонкой пленки, находящейся в среде с показателем преломления n_1	d – толщина пленки; n_2 – показатель преломления вещества пленки; α – угол падения света на пленку; β – угол преломления света; $m = 0, 1, 2\ldots$ Условия усиления и ослабления для света, прошедшего сквозь пленку, обратные условиям для отраженного света
8	$\Delta x = \dfrac{\lambda_o}{2n\gamma}$	Ширина интерференционной полосы при интерференции света на клине	γ – угол клина
9	$r_m = \begin{cases}\sqrt{mR\lambda} & \text{(а)}\\ \sqrt{(2m-1)R\dfrac{\lambda}{2}} & \text{(б)}\end{cases}$	Радиусы темных **(а)** и светлых **(б)** колец Ньютона в отраженном свете	m – порядок кольца ($m = 1, 2,\ldots$); R – радиус кривизны линзы. В проходящем свете расположение темных и светлых полос обратно их расположению в отраженном свете. $\lambda = \dfrac{\lambda_0}{n}$ – длина волны в среде, находящейся между пластиной и линзой; n – показатель преломления среды, находящейся между пластиной и линзой

Примеры решения задач

Пример 1. Над плоским зеркалом (рис. 1) расположен источник света S с длиной волны $\lambda = 0{,}43$ **мкм**. В точку M на экране AB, перпендикулярном к плоскости зеркала, падают два луча: непосредственно луч SM, параллельный плоскости зеркала, и луч SOM, отраженный от зеркала в точке O. Источник находится на расстоянии $h = 1$ **мм** от плоскости зеркала и на расстоянии $L = 3$ **м** от экрана. Установить, что будет наблюдаться в точке M экрана – усиление или ослабление света.

Дано: $\lambda = 4{,}3 \cdot 10^{-7}$ м, $h = 10^{-3}$ м, $L = 3$ м.

Найти $m = \dfrac{\Delta}{\lambda/2}$.

Решение. При определении оптической разности хода лучей Δ необходимо учитывать, что при отражении света от оптически более плотной среды фаза колебаний изменяется на π. Оптическая разность хода лучей Δ равна разности оптических длин лучей SOM и SM, уменьшенной на $\lambda/2$, что обусловлено изменением фазы колебаний при отражении луча от поверхности зеркала в точке O:

$$\Delta = SO + OM - \frac{\lambda}{2} - SM.$$

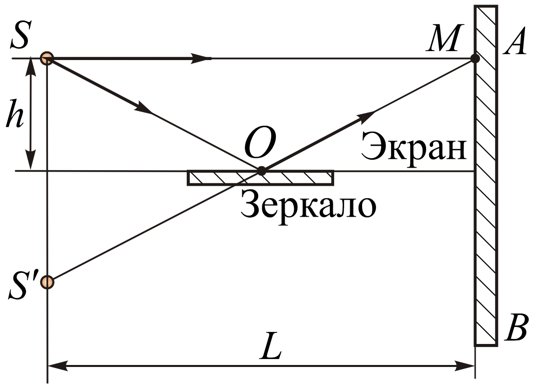

Рис. 1

Для нахождения Δ поставим точку S' симметрично точке S относительно плоскости зеркала. Поскольку $OS = OM$ и $OS = OS'$, то $OM = OS'$, следовательно, $S'M = 2OS$. Тогда для расчета интерференционной картины точку S и ее мнимое изображение S' можно рассматривать как когерентные источники света. Такой способ значительно упрощает расчет интерференционной картины, поэтому его широко применяют при решении задач.

Геометрическую разность хода лучей определим как

$$S'M - SM = \sqrt{L^2 + (2h)^2} - L = L\left(1 + \frac{2h^2}{L^2}\right) - L = \frac{2h^2}{L}$$

(при этом учтено, что $h << L$, и тогда $\left(1 + \dfrac{4h^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \dfrac{2h^2}{L^2}$).

Отсюда оптическая разность хода лучей

$$S'M - SM - \frac{\lambda}{2} = \frac{2h^2}{L} - \frac{\lambda}{2}.$$

Вычислим количество полуволн, которые разместятся в этой оптической разности хода лучей:

$$m = \frac{\Delta}{\lambda/2} = \frac{4h^2}{\lambda L} - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Ответ: поскольку оптическая разность хода лучей равна четному числу полуволн, то в точке M будет наблюдаться интерференционный максимум.

Пример 2. Прибор для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Интерференционные кольца наблюдаются в отраженном свете. Радиусы двух соседних темных колец $r_m = 4$ **мм** и $r_{m+1} = 4{,}38$ **мм**. Найти порядковые номера колец и длину волны λ света. Радиус кривизны линзы $R = 6{,}4$ **м**.

Дано: $r_m = 4 \cdot 10^{-3}$ м, $r_{m+1} = 4{,}38 \cdot 10^{-3}$ м, $R = 6{,}4$ м.

Найти $m,\ m+1,\ \lambda$.

Решение. Радиусы темных колец Ньютона определяют по формуле 9 (а) табл. 1:

$$r_m = \sqrt{mR\lambda},$$

где $m = 1, 2, \ldots$.

Для $m+1$-го темного кольца имеем

$$r_{m+1} = \sqrt{(m+1)R\lambda}.$$

Найдем отношение

$$\frac{r_{m+1}}{r_m} = \sqrt{\frac{m+1}{m}},$$

откуда

$$\frac{m+1}{m} = \frac{r_{m+1}^2}{r_m^2}.$$

Подставим числовые значения в полученное выражение:

$$\frac{m+1}{m} = \frac{4{,}38^2}{4^2} = 1{,}2 = \frac{6}{5}.$$

Следовательно,

$$m = 5,\ m+1 = 6.$$

Длину волны света λ найдем из формулы 9 (а) табл. 1:

$$\lambda = \frac{r_m^2}{mR}.$$

Подставив в это выражение числовые значения, получим

$$\lambda = \frac{16 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 6{,}4} = 5 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 0{,}5\ \text{мкм}.$$

Ответ: $m = 5$; $m+1 = 6$; $\lambda = 0{,}5$ **мкм**.

Вариант 1.1

1.1.1. В воздухе распространяются два параллельных монохроматических когерентных луча ($\lambda_1 = 0{,}63$ **мкм**). На пути одного из них поставили стеклянную плоскопараллельную кювету с раствором сахара так, что луч падает на ее стенки по нормали. Найти: а) оптическую разность хода лучей Δ; б) длину волны света λ_3 в растворе сахара; в) разность фаз $\Delta\Phi$ колебаний. Толщина стенок кюветы $d = 1$ **мм**, ее длина $l = 7$ **см**. Показатели преломления воздуха, стекла и раствора сахара соответственно $n_1 = 1{,}00026$, $n_2 = 1{,}57$, $n_3 = 1{,}397$.

1.1.2. Определить расстояние d между двумя источниками света в эксперименте с зеркалами Френеля, если расстояние между темными полосами на экране $\Delta x = 3$ **мм**, а расстояние между мнимыми источниками и экраном $L = 2$ **м**. Длина световой волны точечного источника $\lambda = 0{,}6$ **мкм**.

1.1.3. На пути одного из лучей интерферометра Жамена поставили трубку длиной $l = 10$ **см**, откачанную до высокого вакуума. При заполнении трубки хлором интерференционная картина для света с длиной волны $\lambda = 590$ **нм** сместилась на $m = 131$ полосу. Найти показатель преломления n хлора.

1.1.4. На мыльную пленку одинаковой толщины (показатель преломления $n = 1{,}33$) в воздухе падает белый свет под углом $\alpha = 30^{\circ}$. При какой наименьшей толщине d пленки отраженный свет будет красным ($\lambda = 0{,}63$ **мкм**)?

1.1.5. На поверхность стеклянной линзы нанесена тонкая пленка. Показатели преломления пленки и стекла, из которого изготовлена линза, соответственно $n_1 = 1{,}34$ и $n_2 = 1{,}8$. На линзу падает белый свет. Вычислить наименьшую толщину d_{min} пленки, которая обеспечивает максимальное ослабление отраженного света с длиной волны, соответствующей середине интервала длин волн видимого излучения ($\lambda = 0{,}57$ **мкм**). Считать, что свет на поверхность линзы падает по нормали к ней.

1.1.6. Прибор для получения колец Ньютона освещается светом с длиной волны $\lambda = 589$ **нм**, которая падает по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 10$ **м**. Прослойка между линзой и стеклянной пластинкой заполнена жидкостью. Найти показатель преломления n жидкости, если радиус третьего светлого кольца в проходящем свете $r_3 = 3{,}65$ **мм**.

Вариант 1.2

1.2.1. На пути луча света поставили стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1{,}5$ и толщиной $d = 1$ **мм** так, что угол падения луча $\alpha = 30^{\circ}$. Найти изменение Δ оптической длины пути луча.

1.2.2. В интерферометре, подобном тому, с помощью которого Юнг впервые определил длину волны света, пучок солнечных лучей проходит сначала через светофильтр и узкую щель, а затем падает на второе препятствие с двумя узкими щелями, которые находятся на расстоянии $d = 1$ **мм** друг от друга. За последним препятствием на расстоянии $L = 1$ **м** находится экран, на котором наблюдаются интерференционные полосы. Ширина полосы такова: а) $\Delta x_1 = 0{,}65$ **мм** – для красного света; б) $\Delta x_2 = 0{,}45$ **мм** – для синего света. Определить длину световой волны для данных случаев.

1.2.3. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плеч интерферометра Майкельсона поместили полую трубку длиной $l = 14$ **см**. Концы трубки закрыли плоскопараллельными стеклами. При заполнении трубки аммиаком интерференционная картина сместилась на $m = 180$ полос. Длина волны света, которым освещалась трубка, $\lambda = 590$ **нм**. Найти показатель преломления аммиака.

1.2.4. Какую наименьшую толщину d_{min} должна иметь пластинка, сделанная из материала с показателем преломления $n = 1{,}5$, чтобы при освещении лучами с длиной волны $\lambda = 750$ **нм**, перпендикулярными к поверхности пластинки, она в отраженном свете казалась: а) красной; б) черной?

1.2.5. Пучок света длиной волны $\lambda = 582$ **нм** падает перпендикулярно к поверхности стеклянного клина. Угол клина $\gamma = 20''$. Какое число N темных интерференционных полос приходится на $l = 1$ **см** длины клина? Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$.

1.2.6. Прибор для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, который падает перпендикулярно к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 15$ **м**. Наблюдение осуществляется в отраженном свете. Расстояние между пятым и двадцать пятым светлыми кольцами Ньютона $l = 9$ **мм**. Найти длину волны λ света.

Вариант 1.3

1.3.1. Два источника, находящихся на расстоянии d друг от друга, излучают электромагнитные волны длиной λ в направлении угла Θ к удаленному приемнику. Определите разность $\Delta\Phi$ фаз колебаний в месте расположения приемника, если источники колеблются синфазно. Угол Θ отсчитывается от линии, проходящей через середину прямой, соединяющей источники, перпендикулярно к этой прямой.

1.3.2. В установке, предложенной Ллойдом, световая волна, падающая непосредственно на экран от светящейся щели, интерферирует с волной, которая отражается от зеркала. Расстояние между щелью и плоскостью зеркала $h = 1$ **мм**, расстояние между щелью и экраном $L = 1$ **м**, длина световой волны $\lambda = 500$ **нм**. Определить ширину Δx интерференционных полос.

1.3.3. Свет от лазера с длиной волны λ падает на непрозрачную поверхность перпендикулярно к ней. Поверхность имеет две узкие параллельные щели, расстояние между которыми d. Определить интенсивность света I как функцию координаты x точек на экране, а также ее среднее значение $< I >$. Интенсивность света от одного источника равняется I_0, расстояние между щелями и экраном – L.

1.3.4. На пленку толщиной $d = 367$ **нм** падает под углом α параллельный пучок белого света. Показатель преломления пленки $n = 1{,}4$ (изменением n в зависимости от λ можно пренебречь). Какого цвета будет свет, отраженный пленкой для случаев, когда α равняется: а) $30°$; б) $60°$?

1.3.5. На стеклянный клин перпендикулярно к его грани падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}66$ **мкм**. Количество интерференционных полос на $l = 1$ **см** длины клина $N = 10$. Показатель преломления стекла $n = 1{,}7$. Определить угол клина γ.

1.3.6. Прибор для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, который падает перпендикулярно к поверхности пластинки. Наблюдение осуществляется в отраженном свете. Расстояние между вторым и двадцатым темными кольцами $l_1 = 4{,}8$ **мм**. Найти расстояние l_2 между третьим и шестнадцатым светлыми кольцами Ньютона.

Вариант 1.4

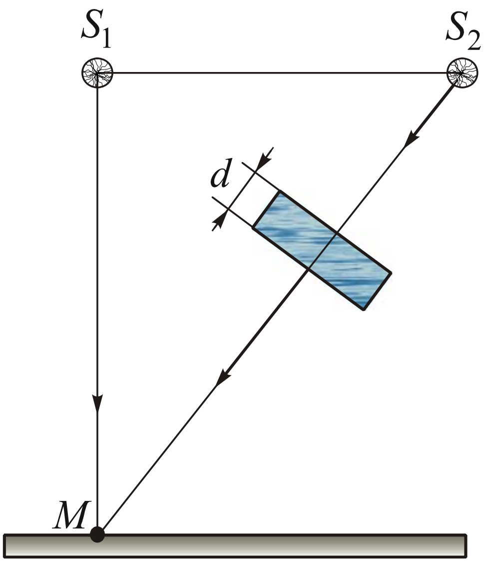

Рис. 2

1.4.1. Два когерентных источника света S_1 и S_2 с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ **мкм** находятся на расстоянии $l = 2$ **мм** друг от друга. На расстоянии $L = 2$ **м** от линии S_1S_2 расположен экран (рис. 2). Точка M на экране является основанием перпендикуляра S_1M к экрану. На пути луча S_2M перпендикулярно к нему размещена плоскопараллельная пластина толщиной $d = 10{,}5$ **мкм**. Она вносит дополнительную оптическую разницу хода лучей $\Delta = 5{,}25$ **мкм**. Определить: а) что будет наблюдаться в точке M экрана (ослабление или усиление света), когда на пути луча S_2M стеклянная пластинка отсутствует; б) показатель преломления n стекла, из которого изготовлена пластинка.

1.4.2. В интерференционной схеме с бипризмой Френеля расстояние между светящейся щелью и бипризмой $a = 0{,}3$ **м**, расстояние между бипризмой и экраном $b = 0{,}7$ **м**. Показатель преломления бипризмы $n = 1{,}5$. Для длины волны $\lambda = 500$ **нм** определить: а) при каком значении угла преломления Θ бипризмы ширина интерференционных полос будет $\Delta x = 0{,}4$ **мм**; б) максимальное количество N_{max} полос, которые можно наблюдать в этом случае.

1.4.3. Две одинаковые радиомачты, расстояние между которыми $d = 400$ **м**, работают синфазно на частоте $\nu = 1{,}5$ **МГц**. В каких направлениях будут наблюдаться максимумы излучения? Угол Θ отсчитывается от линии, которая проходит через середину прямой, соединяющей мачты, перпендикулярно к этой прямой.

1.4.4. Пучок белого света падает по нормали к поверхности стеклянной пластинки толщиной $d = 0{,}4$ **мкм**. Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$. Для каких длин волн видимого диапазона ($\lambda = 400\ldots700$ **нм**) наблюдается максимум интенсивности волн отраженного света?

1.4.5. Мыльная пленка, которая размещена вертикально, образует клин в результате стекания жидкости. При наблюдении интерференционных полос в отраженном свете ртутной дуги ($\lambda = 546{,}1$ **нм**) оказалось, что расстояние между пятью полосами $l = 2$ **см**. Найти угол клина. Свет падает перпендикулярно к поверхности клина. Показатель преломления мыльной воды $n = 1{,}33$.

1.4.6. Плосковыпуклая линза, повернутая выпуклой стороной вниз, закреплена неподвижно. Под линзой на небольшом расстоянии от нее находится стеклянная пластинка, которую можно перемещать по вертикали, вращая головку винта. Шаг винта $h = 100$ **мкм**. Сверху линзу освещают светом с длиной волны $\lambda = 500$ **нм** и наблюдают в отраженном свете кольца Ньютона. На сколько колец N изменится интерференционная картина, если повернуть винт на один оборот?

З а н я т и е 2

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$r_m = \sqrt{\dfrac{ab}{a+b}m\lambda}$	Радиус внешней границы m-й зоны Френеля	a – радиус волновой поверхности; b – расстояние от вершины волновой поверхности до точки наблюдения; λ – длина волны; $m = 1, 2, \ldots$
2	$r_m = \sqrt{bm\lambda}$	Радиус внешней границы m-й зоны Френеля в случае плоской волны	

Окончание табл. 2

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
3	$A=\frac{A_1}{2}\pm\frac{A_m}{2}$	Амплитуда волны при дифракции Френеля на круглом отверстии	m – количество открытых зон Френеля; A_1 и A_m – амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й и m-й зонами Френеля в точке наблюдения; “$+$” – для четных m; “$-$” – для нечетных m
4	$A=\frac{A_{m+1}}{2}$	Амплитуда волны при дифракции Френеля на круглом диске	m – количество зон Френеля, закрытых диском; A_{m+1} – амплитуда колебаний, возбуждаемых $(m+1)$-й открытой зоной Френеля
5	$b(\sin\varphi-\sin\varphi_0)=$ $=\pm\, m\lambda$	Условие минимумов освещенности при дифракции Фраунгофера на щели	b – ширина щели; φ – угол дифракции; φ_0 – угол падения света на щель; m – порядок дифракционных минимумов ($m=1,\,2,\ldots$)
6	$d(\sin\varphi-\sin\varphi_0)=$ $=\pm\, m\lambda$	Условие главных фраунгоферовых максимумов при дифракции света на дифракционной решетке	d – постоянная решетки; φ – угол дифракции; φ_0 – угол падения света на решетку; m – порядок главных дифракционных максимумов ($m=1,\,2,\ldots$)
7	$2d\sin\theta=\pm\, m\lambda$	Формула Вульфа – Брэгга. Условие дифракционных максимумов при дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке	d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; θ – угол скольжения лучей; m – порядок дифракционных максимумов ($m=1,\,2,\ldots$)

Примеры решения задач

Пример 1. На круглое отверстие радиусом $R=1$ **мм** падает перпендикулярно к его плоскости параллельный пучок света (длина волны $\lambda = 0{,}5$ **мкм**). На пути лучей, прошедших через отверстие, помещен экран. Определить максимальное расстояние между отверстием и экраном, при котором в центре дифракционной картины будет наблюдаться темное пятно.

Дано: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ **м**, $R = 10^{-3}$ **м**.

Найти b_{max}.

Решение. Так как лучи света параллельны, то воспользуемся формулой 2 табл. 2 для определения радиусов внешних границ зон Френеля:

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}.$$

В центре дифракционной картины будет темное пятно в том случае, когда количество зон Френеля, укладывающихся в отверстии, четное. При этом $r_m = R$. Тогда

$$R = \sqrt{bm\lambda} \text{ и } b = \frac{R^2}{m\lambda}.$$

Следовательно,

$$b_{max} = \frac{R^2}{m_{min}\lambda},$$

т. е. максимальное расстояние, при котором в центре экрана будет наблюдаться темное пятно, определяется условием, согласно которому в отверстии должно помещаться наименьшее четное количество зон Френеля ($m_{min} = 2$).

Таким образом,

$$b_{max} = \frac{R^2}{2\lambda} = \frac{10^{-6}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 1 \text{ м}.$$

Ответ: $b_{max} = 1$ **м**.

Пример 2. На дифракционную решетку перпендикулярно к ее плоскости падает параллельный пучок лучей с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ **мкм**. Расположенная поблизости от решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на расстояние $L = 1$ **м**. Расстояние между двумя максимумами первого порядка, наблюдаемыми на экране, $a = 2{,}1$ **см**. Определить: а) постоянную дифракционной решетки d; б) количество штрихов решетки N_0, приходящихся на $l = 1$ **см** ее длины; в) максимальное количество N_{max} главных дифракционных максимумов, которое позволяет получить дифракционная решетка; г) максимальный угол отклонения лучей φ_{max}, соответствующий последнему дифракционному максимуму.

Дано: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ **м**, $L = 1$ **м**, $m = 1$, $a = 2{,}1 \cdot 10^{-2}$ **м**, $l = 10^{-2}$ **м**.

Найти d, N_0, N_{max}, φ_{max}.

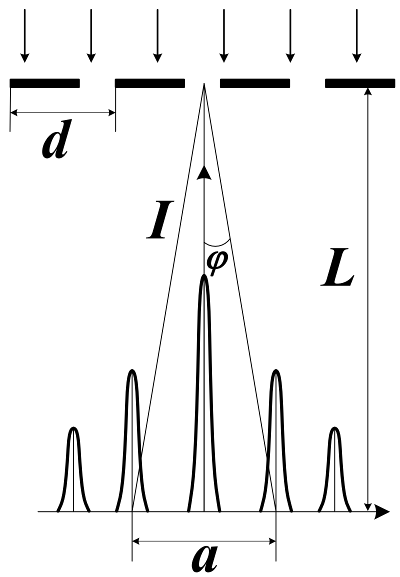

Рис. 3

Решение. 1. Запишем условие главных максимумов при дифракции на дифракционной решетке (формула 6 табл. 2):

$$d\left(\sin\varphi - \sin\varphi_0\right) = \pm\, m\lambda.$$

Так как $m = 1, \varphi_0 = 0$, то постоянная дифракционной решетки

$$d = \frac{\lambda}{\sin\varphi}. \qquad (2.1)$$

Поскольку $\frac{a}{2} \ll L$, то

$$\sin\varphi \approx \mathrm{tg}\varphi = \frac{a}{2L}. \qquad (2.2)$$

Подставив выражение (2.2) в (2.1), получим

$$d \approx \frac{2\lambda L}{a} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2{,}1 \cdot 10^{-2}} = 4{,}76 \cdot 10^{-5}\ \text{м} = 47{,}6\ \text{мкм}.$$

2. *Количество штрихов*, приходящихся на $l = 1$ **см** длины решетки, найдем по формуле

$$N_0 = \frac{l}{d} = \frac{10^{-2}}{4{,}76 \cdot 10^{-5}} = 210.$$

3. Для определения *количества главных максимумов*, которые позволяет получить дифракционная решетка, рассчитаем значение m_{max} при условии, что максимальный угол отклонения лучей не может превышать $90°$:

$$m_{max} \le \frac{d\sin 90°}{\lambda} = \frac{d}{\lambda} = \frac{4{,}76 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-7}} = 95{,}2.$$

Число m_{max} обязательно должно быть целым, и оно не может превышать значения $95{,}2$. Следовательно, $m_{max} = 95$. Общее количество максимумов с учетом нулевого

$$N_{max} = 2m_{max} + 1 = 191.$$

4. *Максимальный угол отклонения* лучей, соответствующий последнему дифракционному максимуму, найдем по формуле

$$\sin\varphi_{max} = \frac{m_{max}\lambda}{d}.$$

Тогда $\varphi_{max} = arc\sin\left(\frac{m_{max}\lambda}{d}\right)$.

После подстановки в полученное выражение числовых значений имеем

$$\varphi_{max} = \arcsin\left(\frac{95 \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{4,76 \cdot 10^{-5}}\right) = 86°17'.$$

Ответ: а) $d = 47,6$ мкм; б) $N_0 = 210$; в) $N_{max} = 191$; г) $\varphi_{max} = 86°17'$.

Вариант 2.1

2.1.1. Точечный источник света с длиной волны $\lambda = 500$ нм помещен перед непрозрачной преградой на расстоянии $a = 0,5$ м. Преграда имеет круглое отверстие радиусом $R = 0,5$ мм. Определить расстояние b от преграды до точки, для которой количество открытых зон Френеля m равно: а) 1; б) 5.

2.1.2. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии $L = 4$ м от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 500$ нм). Посредине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе отверстия R центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет темным?

2.1.3. На щель шириной $b = 3$ мкм падает по нормали к ней плоская световая волна ($\lambda = 0,5$ мкм). Найти количество N максимумов интенсивности на экране, которые наблюдаются в фокальной плоскости линзы, расположенной между щелью и экраном.

2.1.4. Квадратное отверстие освещается пучком солнечных лучей. Найти размер $L \times L$ изображения отверстия на экране, удаленном от отверстия на расстояние $b = 50$ м. Сторона отверстия $L_0 = 0,2$ см. Границей освещенности на экране считать положение первого дифракционного минимума для тех лучей, которые отклоняются сильнее всего ($\lambda_{красн} = 760$ нм).

2.1.5. Спектры дифракционной решетки, имеющей $N = 100$ штрихов на $l = 1$ мм ее длины, наблюдаются на экране, расположенном параллельно решетке на расстоянии $L = 1,8$ м от нее. Определить длину волны λ монохроматического света, падающего нормально на решетку, если расстояние между спектром второго порядка и центральной светлой полосой $a = 21,4$ см.

2.1.6. На грань кристалла падает параллельный пучок рентгеновских лучей с длиной волны $\lambda = 1,47$ Å. Расстояние между атомными плоскостями кристалла $d = 2,8$ Å. Под каким углом θ к плоскости грани наблюдается дифракционный максимум второго порядка?

Вариант 2.2

2.2.1. Точечный источник света с длиной волны $\lambda = 550$ **нм** помещен перед непрозрачной преградой на расстоянии $a = 1$ **м**. Преграда имеет отверстие радиусом $R = 2$ **мм**. Определить: а) минимальное количество открытых зон Френеля, которое может наблюдаться при этих условиях; б) расстояние b_m между преградой и точкой наблюдения, при котором получается минимально возможное количество открытых зон Френеля; в) радиус отверстия R_1, при котором может быть открыта только одна центральная зона Френеля.

2.2.2. На диафрагму с отверстием диаметром $D = 1{,}96$ **мм** падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 600$ **нм**). При каком наибольшем расстоянии b_{max} между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно?

2.2.3. На щель шириной $b = 6\lambda$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ. Под каким углом φ будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

2.2.4. На щель шириной $b = 0{,}1$ **мм** падает нормально параллельный пучок лучей с длиной волны $\lambda = 500$ **нм**. Дифракционная картина наблюдается на экране, размещенном на расстоянии $L = 1$ **м** от щели. Найти расстояние a_{12} между центрами первой и второй дифракционных полос на экране, а также ширину a_0 изображения щели (расстояние между минимумами первого порядка).

2.2.5. Какой наибольший порядок m_{max} спектра можно видеть в дифракционной решетке, которая имеет $N = 500$ штрихов на $l = 1$ **мм** ее длины, при освещении ее светом $\lambda = 700$ **нм**?

2.2.6. Узкий пучок рентгеновских лучей падает под углом скольжения $\theta = 60°$ на естественную грань монокристалла $NaCl$, плотность которого $\rho = 2{,}16 \cdot 10^3$ **кг/м³**. При зеркальном отражении от этой грани образуется дифракционный максимум второго порядка ($m = 2$). Определить длину λ волны излучения.

Вариант 2.3

2.3.1. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии L от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 600$ **нм**). На расстоянии $a = 0{,}5L$ от источника помещена круглая непрозрачная преграда диаметром $D = 1$ **см**. Вычислить расстояние L, если преграда закрывает только центральную зону Френеля.

2.3.2. На непрозрачную преграду с отверстием радиусом $R = 1$ **мм** падает монохроматическая плоская световая волна. Когда расстояние между преградой и размещенным за ней экраном $b_1 = 0{,}75$ м, в центре дифракционной картины наблюдается максимум интенсивности. При увеличении расстояния до значения $b_2 = 1{,}2$ м максимум интенсивности сменяется минимумом. Определить длину волны λ света.

2.3.3. На пути плоской световой волны $\lambda = 0{,}54$ мкм поставили тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $F = 50$ см, непосредственно за ней – диафрагму с круглым отверстием и на расстоянии $b = 75$ см от диафрагмы – экран. При каких радиусах R отверстия центр дифракционной картины на экране будет иметь максимальную освещенность?

2.3.4. При условии малости угла дифракции φ определить угловую $\Delta\varphi$ и линейную Δx ширину центрального максимума для случая дифракции Фраунгофера на щели шириной $b = 0{,}1$ мм. Длина волны, падающей на щель, $\lambda = 0{,}5$ мкм. Фокусное расстояние линзы $F = 0{,}2$ м.

2.3.5. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, заполненной гелием. На какую линию λ_2 в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия ($\lambda_1 = 670$ нм) из спектра второго порядка?

2.3.6. Пучок рентгеновских лучей с длиной волны λ падает под углом скольжения $\theta_0 = 60°$ на линейную цепочку рассеивающих центров с периодом a. Найти углы скольжения θ, соответствующие всем дифракционным максимумам, при условии, что $\lambda = 0{,}4a$.

Вариант 2.4

2.4.1. Интенсивность, создаваемая на экране некоторой монохроматической световой волной при отсутствии преград, равна I_0. Какова будет интенсивность I в центре дифракционной картины, если на пути волны поставить преграду с круглым отверстием, которое открывает: а) первую зону Френеля; б) половину первой зоны Френеля; в) полторы зоны Френеля; г) треть первой зоны Френеля?

2.4.2. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на круглое отверстие. На расстоянии $b_1 = 9$ м от него находится экран, на котором наблюдается некоторая дифракционная картина. Диаметр отверстия уменьшили в $n = 3$ раза. Найти новое расстояние b_2 между экраном и отверстием, необходимое, чтобы получить на экране дифракционную картину, подобную той, которая наблюдалась в первом случае, но уменьшенную в n раз.

2.4.3. Белый свет падает по нормали на щель шириной $b = 0{,}1$ мм. За щелью размещена линза, в фокальной плоскости которой поставлен экран. Оптическая сила линзы $D = 5$ дптр. Найти ширину d радужного канта на границе центрального дифракционного максимума.

2.4.4. Свет с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ **мкм** падает на щель шириной $b = 10$ **мкм** под углом $\varphi_0 = 30°$ к ее нормали. Найти угловое положение первых дифракционных минимумов, расположенных по обе стороны от центрального фраунгоферового максимума.

2.4.5. Расстояние между экраном и дифракционной решеткой, имеющей $N = 125$ штрихов на длине $l = 1$ **мм**, составляет $L = 2{,}5$ **м**. Определить расстояние a между центральной и первой светлыми линиями на экране, если свет с длиной волны $\lambda = 420$ **нм** падает на решетку нормально.

2.4.6. На стеклянную дифракционную решетку, имеющую $N = 200$ штрихов на длине $l = 1$ **мм** и покрытую тонким слоем золота, падает очень узкий пучок K_α-излучения меди ($\lambda = 1{,}541$ **Å**) под углом $\alpha_0 = 20'$ к плоскости. Определить разность углов отражения $\Delta\alpha$ между пучками первого и нулевого порядка.

Занятие 3

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА. ЭФФЕКТ ВАВИЛОВА – ЧЕРЕНКОВА

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 3.

Таблица 3

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$\alpha_Б = \operatorname{arctg}\dfrac{n_2}{n_1}$	Условие полной поляризации света, отраженного от среды **2**, при падении из среды **1**	$\alpha_Б$ – угол падения луча (угол Брюстера); n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления среды **1** и среды **2** соответственно
2	$P = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$	Степень поляризации	I_{max} и I_{min} – максимальное и минимальное значения интенсивности света, прошедшего через идеальный поляризатор, поставленный на пути светового пучка. Для плоскополяризованного света $P = 1$; для естественного света $P = 0$

Продолжение табл. 3

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
3	$I = I_0 \cos^2\varphi$	Закон Малюса. Интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через идеальный поляризатор	I_0 и I – интенсивности плоскополяризованного света, падающего на поляризатор и выходящего из поляризатора соответственно; φ – угол между плоскостью поляризации падающего плоскополяризованного света и главным сечением поляризатора
4	$I = \frac{1}{2} I_0$	Интенсивность линейно поляризованного света, вышедшего из идеального поляризатора, при падении естественного света на него	I – интенсивность линейно поляризованного света, вышедшего из идеального поляризатора; I_0 – интенсивность естественного света, падающего на идеальный поляризатор
5	$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta =$ $= 2\pi B l E^2$	Закон Керра	$\Delta = (n_o - n_н) l$ – оптическая разность хода обыкновенного и необыкновенного лучей на пути l, соответствующая разности фаз $\Delta\Phi$; B – постоянная Керра; E – напряженность электрического поля
6	$I = I_0 e^{-æ l}$	Закон Бугера – Ламберта – Бера	I – интенсивность света после прохождения через слой вещества толщиной l; I_0 – интенсивность света, падающего на вещество; æ – коэффициент поглощения вещества
7	$\cos\theta = \frac{c}{n\text{v}}$	Формула эффекта Вавилова – Черенкова	θ – угол между волновым вектором $\vec{k}$ излучения и вектором скорости $\vec{\text{v}}$ частицы; n – абсолютный показатель преломления среды

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
8	$\lambda = \lambda_0 \dfrac{1 - \dfrac{\mathbf{v}}{c}\cos\theta}{\sqrt{1 - \dfrac{\mathbf{v}^2}{c^2}}}$	Формула эффекта Доплера	λ_0 – длина волны в системе отсчета, связанной с источником света; λ – длина волны в системе отсчета, связанной с приемником; $\mathbf{v}$ – скорость источника относительно приемника; θ – угол между вектором скорости $\vec{\mathbf{v}}$ и волновым вектором $\vec{k}$ излучения, принимаемого наблюдателем. При $\theta = 0$ (источник и приемник приближаются друг к другу вдоль прямой) и $\theta = \pi$ (источник и приемник отдаляются друг от друга вдоль прямой) наблюдается *продольный* эффект Доплера, при $\theta = \pi/2$ – *поперечный* эффект Доплера; c – скорость света в вакууме♣

♣ Значения физических постоянных указаны в приложении.

Примеры решения задач

Пример 1. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, если он проходит через два поляризатора? Главные плоскости двух поляризаторов образуют угол $\varphi = 30°$. При прохождении света через каждый поляризатор дополнительные потери на отражение и поглощение составляют $k = 10\ \%$.

Дано: $\varphi = 30°$, $k = 0,1$.

Найти I_0/I.

Решение. Поляризатор состоит из вещества, которое прозрачно только для света определенной поляризации. Это вещество называется дихроичным (например, турмалин, герапатит и др.). В дихроичном веществе при взаимодействии электромагнитной волны с его молекулами колебания одного направления поглощаются очень сильно, а колебания перпендикулярного направления – слабо. Поляризатор свободно пропускает только колебания, параллельные его главной плоскости.

Таким образом, если не учитывать дополнительные потери на отражение и поглощение, интенсивность естественного света после прохождения первого поляризатора уменьшится вдвое. С учетом дополнительных потерь интенсивность плоскополяризованного света после прохождения первого поляризатора будет

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1-k),$$

где I_0 – интенсивность естественного света, падающего на первый поляризатор.

Для нахождения интенсивности света, прошедшего через второй поляризатор, необходимо применить закон Малюса с учетом дополнительных потерь во втором поляризаторе:

$$I_2 = I_1 (1-k)\cos^2\varphi = \frac{1}{2} I_0 (1-k)^2 \cos^2\varphi.$$

Следовательно, после прохождения обоих поляризаторов ослабление интенсивности будет

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2\varphi} = \frac{2}{0{,}9^2 \cdot \cos^2 30°} = 3{,}3.$$

Ответ: $\frac{I_0}{I} = 3{,}3$.

Пример 2. Радиолокатор работает на длине волны $\lambda_0 = 50$ **см**. Определить скорость самолета, приближающегося к локатору, если частота биения между сигналом излучателя и сигналом, отраженным от самолета, в месте расположения локатора $\Delta\nu = 1$ **кГц**.

Дано: $\lambda_0 = 0{,}5$ **м**, $\Delta\nu = 10^3$ **Гц**.

Найти $\mathbf{v}$.

Решение. При измерении скорости самолета с помощью радиолокатора необходимо учитывать, что смена частоты посылаемого сигнала вследствие продольного эффекта Доплера происходит дважды: при отражении электромагнитной волны от поверхности самолета и при регистрации этого отраженного сигнала непосредственно радиолокатором.

Используем формулу эффекта Доплера для длины волны

$$\lambda = \lambda_0 \frac{1 - \frac{v}{c}\cos\theta}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

В данном случае угол между вектором скорости $\vec{v}$ самолета и волновым вектором $\vec{k}$ излучения, принимаемого локатором, $\theta = 0$, а $v \ll c$. Пренебрегая величинами второго порядка малости $\left(\frac{v^2}{c^2} \ll \frac{v}{c}\right)$, получаем

$$\lambda \approx \lambda_0\left(1-\frac{\mathrm{v}}{c}\cos\theta\right)=\lambda_0\left(1-\frac{\mathrm{v}}{c}\right).$$

Поскольку $\lambda=\dfrac{c}{\nu}$, то формула эффекта Доплера для частоты примет вид

$$\nu=\nu_0\frac{1}{1-\frac{\mathrm{v}}{c}}=\frac{c}{\lambda_0\left(1-\frac{\mathrm{v}}{c}\right)}.$$

Используем формулу приближенного вычисления (разложение в ряд Маклорена)

$$\nu=\frac{c}{\lambda_0\left(1-\frac{\mathrm{v}}{c}\right)}\approx\frac{c}{\lambda_0}\left(1+\frac{\mathrm{v}}{c}\right).$$

Применительно к данной задаче частота отраженного сигнала

$$\nu_1=\frac{c}{\lambda_0}\left(1+\frac{\mathrm{v}}{c}\right),$$

а частота сигнала, принимаемого радиолокатором,

$$\nu=\nu_1\left(1+\frac{\mathrm{v}}{c}\right)=\frac{c}{\lambda_0}\left(1+\frac{\mathrm{v}}{c}\right)^2\approx\frac{c}{\lambda_0}\left(1+\frac{2\mathrm{v}}{c}\right).$$

Частота биения

$$\Delta\nu=\nu-\nu_0=\frac{c}{\lambda_0}\left(1+\frac{2\mathrm{v}}{c}\right)-\frac{c}{\lambda_0}=\frac{2\mathrm{v}}{\lambda_0},$$

откуда находим искомую скорость самолета:

$$\mathrm{v}=\frac{\lambda_0\Delta\nu}{2}=\frac{0{,}5\ \cdot 10^3}{2}=250\ \text{м/с}=900\ \text{км/ч}.$$

Ответ: $\mathrm{v}=250\ \text{м/с}=900\ \text{км/ч}$.

Вариант 3.1

3.1.1. Найти показатель преломления n стекла, если отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления $\beta=30°$.

3.1.2. Определить угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, уменьшается в $k=4$ раза.

3.1.3. При падении естественного света на некоторый поляризатор сквозь него проходит $k_1 = 30\ \%$ светового потока, а через два таких поляризатора – $k_2 = 13{,}5\ \%$. Найти угол φ между главными плоскостями этих поляризаторов.

3.1.4. Известный американский физик Вуд очень любил шутки и розыгрыши. С его именем связано много легенд. Например, однажды, когда Вуд ехал на автомобиле, он проехал на красный свет. Полицейскому, который остановил автомобиль, Вуд объяснил свой поступок тем, что из-за эффекта Доплера красный свет ему показался зеленым. Полицейский тоже любил шутки. Поэтому он согласился принять версию Вуда, но все равно оштрафовал его за превышение скорости. Необходимо вычислить скорость $\mathbf{v}$ автомобиля, при которой красный свет с длиной волны $\lambda_1 = 700$ **нм** воспринимался бы водителем как зеленый свет с длиной волны $\lambda_2 = 500$ **нм**.

3.1.5. При наблюдении желтой спектральной линии $\lambda_0 = 589$ **нм** в излучениях с противоположных краев экватора солнечного диска обнаружили разность длин волн $\Delta\lambda = 8$ **пм**. Найти период T вращения Солнца вокруг своей оси. Радиус Солнца $R_\odot = 6{,}96 \cdot 10^8$ **м**.

3.1.6. Какую наименьшую скорость $\mathbf{v}_{min}$ должен иметь электрон, чтобы в среде с абсолютным показателем преломления $n = 1{,}5$ возникло излучение Вавилова – Черенкова?

Вариант 3.2

3.2.1. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества $\alpha_{пр} = 45°$. Найти для этого вещества угол Брюстера $\alpha_Б$.

3.2.2. Плоскополяризованный свет интенсивностью I_0 проходит последовательно через два идеальных поляризатора, главные плоскости которых образуют с плоскостью поляризации входящего луча углы φ_1 и φ_2 (углы отсчитываются от плоскости поляризации по часовой стрелке, если смотреть вдоль луча). Определить интенсивность света I после прохождения второго поляризатора.

3.2.3. Два поляризатора размещены так, что угол между их главными плоскостями $\varphi = 60°$. При прохождении света через каждый поляризатор дополнительные потери на отражение и поглощение составляют $k = 5\ \%$. Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении: а) через первый поляризатор; б) через оба поляризатора?

3.2.4. При прохождении светом пути l в некотором веществе интенсивность света I_0 уменьшается в два раза. Во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 при прохождении пути $3l$?

3.2.5. С какой скоростью удаляется от нас некоторая туманность, если линия водорода $\lambda_0 = 434$ **нм** (для неподвижного источника) в ее спектре смещена к красному краю на $\Delta\lambda = 130$ **нм**?

3.2.6. Найти наименьшее значение кинетической энергии движущейся заряженной частицы, при которой возникает излучение Вавилова – Черенкова в среде с абсолютным показателем преломления $n = 1,6$, если такая частица есть: а) электрон; б) протон.

Вариант 3.3

3.3.1. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд ($n_1 = 1,5$), и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при отражении от дна под углом $\alpha_Б = 42°$. Найти показатель преломления n_2 жидкости.

3.3.2. Во сколько раз уменьшится интенсивность неполяризованного света, если он проходит через три поляризатора? Главные плоскости первого и второго поляризаторов образуют угол $\varphi = 60°$, а ориентация главной плоскости третьего поляризатора совпадает с ориентацией главной плоскости первого поляризатора. Коэффициент пропускания поляризатора $k = 90\ \%$.

3.3.3. Пучок естественного света падает на систему из $N = 6$ поляризаторов, главная плоскость каждого из которых повернута на угол $\varphi = 30°$ относительно предыдущего поляризатора. Какая часть светового потока проходит сквозь систему?

3.3.4. Монохроматический свет падает на прозрачную пластину толщиной $d = 10$ **см**. Коэффициент поглощения пластины изменяется линейно от $æ_1 = 0,8$ **м**$^{-1}$ возле одной ее поверхности до $æ_2 = 1,2$ **м**$^{-1}$ возле другой. На сколько процентов уменьшится интенсивность света при его прохождении сквозь пластину.

3.3.5. Одна из спектральных линий атомарного водорода имеет длину волны $\lambda_0 = 656,3$ **нм**. Найти доплеровское смещение $\Delta\lambda$ этой линии, если ее наблюдают под прямым углом к пучку атомов водорода (поперечный эффект Доплера) с кинетической энергией $E_{кин} = 1$ **МэВ**.

3.3.6. Определить кинетическую энергию $E_{кин}$ электронов, которые в среде с абсолютным показателем преломления $n = 1,5$ излучают свет под углом $\theta = 30°$ к направлению своего движения.

Вариант 3.4

3.4.1. Каким должен быть преломляющий угол γ стеклянной призмы, чтобы углы входа луча в призму и выхода из нее были углами Брюстера? Показатель преломления стекла принять $n = 1,52$.

3.4.2. Естественный свет падает на систему из двух несовершенных поляризаторов. При параллельных главных плоскостях поляризаторов эта система пропускает в $N = 16$ раз больше света, чем при скрещенных поляризаторах. Определить степень поляризации P света, который прошел отдельно через каждый поляризатор.

3.4.3. Плоскополяризованный свет падает на поляризатор, вращающийся вокруг оси светового пучка с угловой скоростью $\omega = 21\ \text{рад/с}$. Найти энергию света, проходящего через поляризатор за один оборот, если поток энергии в пучке, падающем на поляризатор, $\Phi_0 = 4\ \text{мВт}$.

3.4.4. Заполненный нитробензолом сосуд, в котором размещены пластины плоского конденсатора (ячейка Керра), на который подается электрическое напряжение, приобретает свойства кристалла с двойным лучепреломлением и оптической осью, параллельной вектору напряженности электрического поля $\vec{E}$ в конденсаторе. При прохождении света через ячейку между составляющей напряженности электрического поля света, параллельной $\vec{E}$, и составляющей, перпендикулярной $\vec{E}$, возникает разность фаз $\Delta\Phi = 2\pi B l E^2$, где l – длина конденсатора по ходу луча ($l = 0,1\ \text{м}$), B – постоянная Керра. При комнатной температуре для $\lambda = 600\ \text{нм}$ $B = 2,2 \cdot 10^{-12}\ \text{м/В}^2$. Ячейка Керра помещается между скрещенными поляризаторами так, что направление электрического поля образует с плоскостями поляризаторов угол $\varphi = 45°$. Определить минимальное значение E_{min} напряженности поля, при котором система пропускает максимальную долю падающего на систему света.

3.4.5. Определить количество прерываний N света за одну секунду в условиях предыдущей задачи, если на конденсатор подать синусоидальное напряжение с частотой $\nu = 50\ \text{Гц}$ и амплитудным значением напряженности $E_m = 2,5 \cdot 10^6\ \text{В/м}$.

3.4.6. Одна из спектральных линий, излучаемых возбужденными атомами гелия, имеет длину волны $\lambda = 410\ \text{нм}$. Найти доплеровское смещение этой линии, если ее наблюдают под углом $\theta = 30°$ к пучку ионов, двигающихся с кинетической энергией $E_{кин} = 10\ \text{МэВ}$. Масса покоя иона гелия $m_0 = 6,7 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}$.

З а н я т и е 4

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 4.

Т а б л и ц а 4

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$R=\dfrac{W}{St}$	Энергетическая светимость (интегральная испускательная способность) тела	W – энергия электромагнитных волн всего спектрального диапазона, которые излучаются за время t с площади S тела во всех направлениях; $\left[R\right]=\text{Вт}/\text{м}^2$
2	$R=\int\limits_0^\infty r\left(\lambda,T\right)d\lambda=$ $=\int\limits_0^\infty r\left(\nu,T\right)d\nu$	Связь между интегральной и спектральными испускательными способностями тела	$r\left(\lambda,T\right)$ и $r\left(\nu,T\right)$ – спектральные испускательные способности тела (спектральные плотности энергетической светимости); $\left[r\left(\lambda,T\right)\right]=\text{Вт}/\text{м}^3$, $\left[r\left(\nu,T\right)\right]=\text{Дж}/\text{м}^2$
3	$\dfrac{r\left(\lambda,T\right)}{a\left(\lambda,T\right)}=r^*\left(\lambda,T\right)$	Закон излучения Кирхгофа	$a\left(\lambda,T\right)$ – спектральная поглощательная способность тела; $r^*\left(\lambda,T\right)$ – спектральная испускательная способность абсолютно черного тела
4	$a\left(\lambda,T\right)=\begin{cases}0,\\ const<1,\\ 1\end{cases}$	Условие для абсолютно зеркального тела Условие для серого тела Условие для абсолютно черного тела	
5	$\alpha\left(T\right)=\dfrac{R}{R^*}$	Интегральная степень черноты тела	R^* – энергетическая светимость абсолютно черного тела при температуре T
6	$R^*=\sigma T^4$	Закон Стефана – Больцмана	σ – постоянная Стефана – Больцмана*

Окончание табл. 4

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
7	$\lambda_{max} = \dfrac{b}{T}$	Закон смещения Вина	λ_{max} – длина волны, соответствующая максимуму спектральной испускательной способности абсолютно черного тела; b – постоянная закона смещения Вина♣
8	$r^*_{max}(\lambda, T) = CT^5$	Зависимость максимальной спектральной испускательной способности от температуры	$r^*_{max}(\lambda, T)$ – максимальная спектральная испускательная способность; $C = 1{,}2867 \cdot 10^{-5} \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$
9	$r^*(\lambda, T) = \dfrac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \dfrac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$	Формула Планка	c – скорость света в вакууме♣; h – постоянная Планка♣; k – постоянная Больцмана♣

♣ Значения физических постоянных указаны в приложении.

Пример решения задачи

Исследование спектра излучения Солнца свидетельствует о том, что максимум испускательной способности соответствует длине волны $\lambda_{max} = 0{,}5$ **мкм**. Считая, что Солнце – абсолютно черное тело, определить: а) энергетическую светимость Солнца R^*; б) поток энергии Φ, который излучает Солнце; в) массу m электромагнитных волн (всех длин), которые излучает Солнце за одну секунду. Радиус Солнца $R_\odot = 6{,}96 \cdot 10^8$ **м**.

Дано: $\lambda_{max} = 5 \cdot 10^{-7}$ **м**, $t = 1$ **с**, $R_\odot = 6{,}96 \cdot 10^8$ **м**.

Найти R^*, Φ, m.

Решение. 1. *Энергетическая светимость* R^* абсолютно черного тела выражается законом Стефана – Больцмана

$$R^* = \sigma T^4, \tag{4.1}$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана, T – абсолютная температура излучающей поверхности.

Температуру T можно определить из закона смещения Вина (см. формулу

7 табл. 4)

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}}, \tag{4.2}$$

где b – постоянная закона смещения Вина.

Подставляя (4.2) в (4.1), получаем

$$R^* = \sigma\left(\frac{b}{\lambda_{max}}\right)^4. \tag{4.3}$$

После подстановки в (4.3) числовых значений имеем

$$R^* = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\left(\frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}}\right)^4 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = 6{,}4 \cdot 10^7 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

2. *Поток энергии* Φ, который излучает Солнце, равен произведению энергетической светимости Солнца R^* на площадь S его поверхности:

$$\Phi = R^* S.$$

Учитывая, что площадь поверхности Солнца $S = 4\pi R_{\odot}^2$, получаем

$$\Phi = 4\pi R_{\odot}^2 R^* = 3{,}9 \cdot 10^{26}\ \text{Вт}.$$

3. *Массу* m *электромагнитных волн* (всех длин), которые излучает Солнце за $t = 1$ с, определим на основе закона пропорциональности массы и энергии

$$E = mc^2.$$

Энергия электромагнитных волн, которая излучается за время t, равна произведению потока энергии (мощности излучения) Φ на время t:

$$E = \Phi t.$$

Таким образом,

$$\Phi t = mc^2,$$

откуда

$$m = \frac{\Phi t}{c^2}.$$

Подставляя числовые значения в последнее выражение, получаем

$$m = \frac{3{,}9 \cdot 10^{26}}{\left(3 \cdot 10^8\right)^2}\text{кг} = 4{,}3 \cdot 10^9\ \text{кг}.$$

Ответ: а) $R^* = 6{,}4 \cdot 10^7$ Вт/м^2; б) $\Phi = 3{,}9 \cdot 10^{26}$ Вт; в) $m = 4{,}3 \cdot 10^9$ кг.

Вариант 4.1

4.1.1. Температура абсолютно черного тела $T_1 = 500\,\text{К}$. Какой будет температура T_2 тела, если вследствие его нагревания поток излучения увеличился в $N = 16$ раз?

4.1.2. Температура абсолютно черного тела $T = 2000\,\text{К}$. Определить длину волны λ_{max}, которая соответствует максимуму спектральной испускательной способности, и спектральную испускательную способность $r^*(\lambda, T)$, которая соответствует этой длине волны.

4.1.3. Определить температуру T и энергетическую светимость R^* абсолютно черного тела, если максимуму спектральной испускательной способности соответствует длина волны $\lambda_{max} = 0{,}6\,\text{мкм}$.

4.1.4. Из смотрового окна печи за время $t = 1\,\text{мин}$ излучается энергия $W = 6\,\text{кДж}$. Считая, что излучение из смотрового окна по спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела, определить температуру внутренних стенок печи, если площадь смотрового окна $S = 10\,\text{см}^2$.

4.1.5. В каких диапазонах спектра находятся длины волн, соответствующие максимуму спектральной испускательной способности, если источником излучения является:

а) спираль электрической лампочки ($T = 2898\,\text{К}$);

б) поверхность Солнца ($T = 5796\,\text{К}$);

в) атомная бомба, температура взрыва которой $T = 10^7\,\text{К}$?

Во всех случаях считать, что излучение по спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела.

4.1.6. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум спектральной испускательной способности переместится из красной границы видимого спектра ($\lambda_1 = 0{,}78\,\text{мкм}$) в фиолетовую ($\lambda_2 = 0{,}39\,\text{мкм}$)?

Вариант 4.2

4.2.1. Муфельная печь, которая потребляет мощность $P = 1\,\text{кВт}$, имеет отверстие площадью $S = 100\,\text{см}^2$. Какая часть потребляемой мощности η будет рассеиваться стенками печи, если отверстие оставить открытым? Установившаяся температура внутри муфеля при открытом отверстии $T = 1000\,\text{К}$. Считать, что отверстие излучает как абсолютно черное тело.

4.2.2. Спектральная испускательная способность некоторого тела описывается законом $r(\nu,T)=r_0\,exp(-\alpha\nu)$, где r_0 и α – постоянные. Определить энергетическую светимость R тела.

4.2.3. Получить спектральную поглощательную способность $a(\lambda,T)$ тела для длины волны λ видимого спектра, если известны яркостная $T_{ярк}$ и истинная T температуры тела.

4.2.4. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке $T=2450$ К. Интегральная степень черноты спирали $\alpha(T)=0,3$ при данной температуре. Определить площадь S поверхности спирали, которая излучает.

4.2.5. Имеются два абсолютно черных источника теплового излучения. Температура одного из них $T_1=2898$ К. Найти температуру T_2 второго источника, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной испускательной способности, на $\Delta\lambda=1$ мкм больше длины волны, соответствующей максимуму спектральной испускательной способности первого источника.

4.2.6. Имеются две полости (рис. 4) с малыми отверстиями одинаковых диаметров $d=1$ см и абсолютно отражающими наружными поверхностями. Расстояние между отверстиями $l=12,5$ см. В полости 1 поддерживается постоянная температура $T_1=1700$ К. Вычислить установившуюся температуру в полости 2. Считать, что отверстия являются косинусными излучателями.

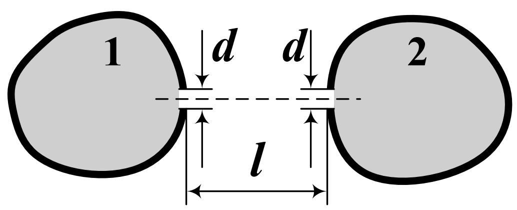

Рис. 4

Вариант 4.3

4.3.1. При работе радиолампы возникает разогрев анода вследствие бомбардировки его электронами. Рассеяние энергии происходит в основном в виде излучения. Рассеяние вследствие теплопроводности незначительное. Определить допустимый анодный ток I в лампе, если анодное напряжение $U=400$ В. Анод, изготовленный из никеля, имеет форму цилиндра длиной $L=4$ см и диаметром $d=4$ см. Считая, что энергия рассеивается только с внешней поверхности цилиндра и анод разогрет до температуры $T=1000$ К. При этой температуре интегральная степень черноты никеля $\alpha(T)=0,2$.

4.3.2. При переходе абсолютно черного тела от температуры T_1 до температуры

T_2 площадь под кривой $r(\lambda, T)$ увеличилась в n раз. Как изменилась при этом длина волны λ_{max}, соответствующая максимуму спектральной испускательной способности?

4.3.3. На корпусе космической лаборатории, летающей вокруг Солнца по круговой орбите, радиус L которой равен среднему расстоянию от Земли до Солнца, установлено устройство, моделирующее абсолютно черное тело. Внешняя поверхность оболочки этого устройства идеально отражающая. Отверстие в оболочке все время повернуто к Солнцу. Пренебрегая теплообменом через крепление устройства к корпусу лаборатории, определить равновесную температуру T, которая установится внутри устройства. Считать, что температура поверхности Солнца $T_{\odot} = 5800$ K. Радиус Солнца $R_{\odot} = 6{,}96 \cdot 10^8$ м, расстояние от Солнца до Земли $L = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м.

4.3.4. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела длина волны $\lambda = 2{,}4$ мкм, соответствующая максимуму спектральной испускательной способности, уменьшилась на $\Delta\lambda = 1{,}2$ мкм. Как и во сколько раз изменились энергетическая светимость тела и максимальная спектральная испускательная способность?

4.3.5. Определить для абсолютно черного тела плотность потока энергии, которая излучается в узком интервале длин волн $\Delta\lambda = 10^{-9}$ м вблизи максимума спектральной испускательной способности при температуре $T = 3000$ K.

4.3.6. Известно, что температура спирали электрической лампочки колеблется при питании ее переменным током. Разница ΔT между наибольшей и наименьшей температурами накаливания вольфрамовой спирали электрической лампы (**60 Вт**, **220 В**) при переменном токе (**50 Гц**) составляет **80 K**. Во сколько раз η изменяется общая мощность излучения вследствие колебаний температуры, если ее среднее значение $T = 2300$ K? Считать, что вольфрам излучает как серое тело.

Вариант 4.4

4.4.1. Медный шарик диаметром $d = 1{,}23$ см поместили в сосуд, откачанный до высокого вакуума. Температура стенок сосуда поддерживается близкой к абсолютному нулю. Начальная температура шарика $T_0 = 300$ K. Считая поверхность шарика абсолютно черной, найти время, за которое его температура уменьшится в $\eta = 2$ раза. Удельная теплоемкость меди $c = 386$ Дж/(кг·K), плотность меди $\rho = 8{,}93 \cdot 10^3$ кг/м^3.

4.4.2. Температура поверхности Солнца $\boldsymbol{T = 5796}$ **К**. Считая, что поглощающая способность Солнца и Земли равна единице и что Земля находится в состоянии теплового равновесия, найти среднюю температуру поверхности Земли. Радиус Солнца $\boldsymbol{R_{\odot} = 6{,}96 \cdot 10^{8}}$ **м**, расстояние от Земли до Солнца $\boldsymbol{L = 1{,}5 \cdot 10^{11}}$ **м**.

4.4.3. Вольфрамовая нить диаметром $\boldsymbol{d_1 = 100}$ **мкм** соединена последовательно со второй вольфрамовой нитью. Нити накаляются в вакууме, при этом первая нить имеет температуру $\boldsymbol{T_1 = 2000}$ **К**, а вторая – $\boldsymbol{T_2 = 3000}$ **К**. Какой диаметр $\boldsymbol{d_2}$ второй нити? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама считать $\boldsymbol{\alpha = 6{,}24 \cdot 10^{-4}}$ $\mathbf{K^{-1}}$.

4.4.4. На сколько процентов увеличится энергетическая светимость абсолютно черного тела, если его температура увеличится на 1%?

4.4.5. На экране получен спектр от положительного кратера вольфрамовой дуги, температура которого $\boldsymbol{T = 4000}$ **К**. Определить отношение $\boldsymbol{x}$ между плотностями потока излучения, падающего на участки экрана, которые соответствуют длинам волн от **695** до **705 нм** (участок красного цвета) и от **395** до **405 нм** (участок фиолетового цвета). Считать, что кратер излучает как серое тело. Поглощение в стекле и воздухе одинаково для красных и фиолетовых лучей.

4.4.6. Температура $\boldsymbol{T}$ шара радиусом $\boldsymbol{R}$, поверхность которого можно считать абсолютно черной, поддерживается постоянной. Определить среднюю объемную плотность энергии $\boldsymbol{\langle w \rangle}$ электромагнитного излучения на расстоянии $\boldsymbol{r \gg R}$ от центра шара.

З а н я т и е 5

КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 5.

Т а б л и ц а 5

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$\varepsilon_{\mathrm{f}} = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$; $m_{\mathrm{f}} = \dfrac{h\nu}{c^2} = \dfrac{h}{c\lambda}$; $p_{\mathrm{f}} = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$	Энергия, масса, импульс фотона	ν – частота света; λ – длина волны света; c – скорость света в вакууме♣; h – постоянная Планка♣

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
2	$\varepsilon_f = A + W_{max}$	Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта	A – работа выхода электрона; W_{max} – максимальная кинетическая энергия вылетевшего электрона
3	$W_{max} = \dfrac{m_e v_{max}^2}{2}$	Максимальная кинетическая энергия электрона при внешнем фотоэффекте в случае $\lambda > 2{,}43\ \text{Å}\ (\varepsilon_f < 5{,}1\ \text{кэВ})$ $(\Delta W_{max} / W_{max}^{истин} < 1\%)$	m_e – масса покоя электрона♣; v_{max} – максимальная скорость электрона
4	$W_{max} = m_e c^2 \left(\dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v_{max}^2}{c^2}}} - 1 \right)$	Максимальная кинетическая энергия электрона при внешнем фотоэффекте в случае $\lambda \le 2{,}43\ \text{Å}\ (\varepsilon_f \ge 5{,}1\ \text{кэВ})$ $\varepsilon_f \gg A$, $\varepsilon_f \approx W_{max}$	
5	$U_з = \dfrac{W_{max}}{e}$	Задерживающая разность потенциалов при внешнем фотоэффекте	$U_з$ – задерживающая разность потенциалов между катодом и анодом; e – элементарный заряд♣
6	$\lambda_{max} = \dfrac{hc}{A}$; $\nu_{min} = \dfrac{A}{h}$	Красная граница фотоэффекта	λ_{max} – максимальная длина волны (ν_{min} – минимальная частота), при которой фотоэффект становится невозможным
7	$\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \lambda_C (1 - \cos\theta) = 2\lambda_C \sin^2\dfrac{\theta}{2}$	Формула изменения длины волны при эффекте Комптона	λ' – длина волны рассеянного излучения; λ – длина волны падающего излучения; $\Delta\lambda$ – изменение длины волны рентгеновских лучей при комптоновском рассеянии; λ_C – комптоновская длина волны электрона♣; θ – угол рассеяния

Окончание табл. 5

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
8	$\lambda_{min} = \dfrac{hc}{eU}$	Коротковолновая граница тормозного рентгеновского излучения	U – напряжение на рентгеновской трубке
9	$p = w(1+\rho)\cos^2\alpha = \dfrac{I}{c}(1+\rho)\cos^2\alpha$	Давление света при падении на поверхность	p – давление света на поверхность; w – объемная плотность энергии света; ρ – коэффициент отражения света поверхностью; α – угол падения света; I – интенсивность падающего света

♣ Значения физических постоянных указаны в приложении.

Примеры решения задач

Пример 1. Параллельный пучок лучей с длиной волны $\lambda = 500$ **нм** падает нормально на вороненую поверхность ($\rho = 0$) и создает давление $p = 10^{-5}$ **Па**.

Определить:

а) концентрацию фотонов n_0 в потоке (число фотонов в единице объема);

б) количество фотонов n, падающих на единицу поверхности за единицу времени.

Дано: $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ **м**, $\rho = 0$, $\alpha = 0$, $p = 10^{-5}$ **Па**.

Найти n_0, n.

Решение. 1. *Концентрацию фотонов* n_0 в потоке можно определить как результат деления объемной плотности энергии w на энергию одного фотона ε_f:

$$n_0 = \frac{w}{\varepsilon_f}. \tag{5.1}$$

Давление p и объемная плотность энергии w связаны соотношением

$$p = w(1+\rho)\cos^2\alpha,$$

откуда

$$w = \frac{p}{(1+\rho)\cos^2\alpha}, \tag{5.2}$$

где ρ – коэффициент отражения света поверхностью, α – угол падения света.

Подставляя (5.2) в (5.1), имеем

$$\boldsymbol{n_0} = \frac{\boldsymbol{p}}{\left(1+\rho\right)\varepsilon_{\mathbf{f}}\cos^2\alpha}. \tag{5.3}$$

Энергия фотона обратно пропорциональна длине волны света:

$$\varepsilon_{\mathbf{f}} = \frac{hc}{\lambda}, \tag{5.4}$$

где $\boldsymbol{h}$ – постоянная Планка, $\boldsymbol{c}$ – скорость света в вакууме.

Подставляя выражение (5.4) в формулу (5.3), получаем выражение для концентрации фотонов

$$\boldsymbol{n_0} = \frac{p\lambda}{hc\left(1+\rho\right)\cos^2\alpha}. \tag{5.5}$$

После подстановки числовых значений в (5.5) находим

$$\boldsymbol{n_0} = 2{,}52 \cdot 10^{13}\ \text{м}^{-3}.$$

2. *Количество фотонов* $\boldsymbol{n}$, которые падают в течение единицы времени на единичную поверхность, определяется как результат деления интенсивности света $\boldsymbol{I}$ (плотности потока энергии) на энергию $\varepsilon_{\mathbf{f}}$ одного фотона:

$$\boldsymbol{n} = \frac{I}{\varepsilon_{\mathbf{f}}}. \tag{5.6}$$

Интенсивность света равна произведению объемной плотности энергии $\boldsymbol{w}$ на скорость света в среде (в данном случае на скорость света в вакууме $\boldsymbol{c}$):

$$\boldsymbol{I} = wc,$$

или, с учетом (5.2),

$$\boldsymbol{I} = \frac{pc}{\left(1+\rho\right)\cos^2\alpha}. \tag{5.7}$$

Подставляя в (5.6) выражения (5.4) и (5.7), имеем

$$\boldsymbol{n} = \frac{p\lambda}{h\left(1+\rho\right)\cos^2\alpha},$$

или, с учетом (5.5),

$$\boldsymbol{n} = n_0 c. \tag{5.8}$$

После подстановки числовых значений в (5.8) получаем

$$\boldsymbol{n} = 7{,}55 \cdot 10^{21}\ \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $\boldsymbol{n_0} = 2{,}52 \cdot 10^{13}\ \text{м}^{-3}$, $\boldsymbol{n} = 7{,}55 \cdot 10^{21}\ \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$.

Пример 2. Красная граница фотоэффекта для цезия соответствует длине волны $\lambda_{max} = 653$ **нм**. Определить максимальную скорость v_{max} вылетевшего электрона при освещении цезия фиолетовыми лучами с длиной волны $\lambda = 400$ **нм**.

Дано: $\lambda_{max} = 6{,}53 \cdot 10^{-7}$ **м**, $\lambda = 400$ **нм**.

Найти v_{max}.

Решение. Вначале определим максимальную кинетическую энергию вылетевшего электрона, используя уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта (см. формулу 2 табл. 5):

$$W_{max} = \varepsilon_{\mathrm{f}} - A. \tag{5.9}$$

Энергия фотона ε_{f} связана с длиной волны соотношением (5.4). Работа выхода A равна энергии фотона с длиной волны, соответствующей красной границе фотоэффекта:

$$A = \frac{hc}{\lambda_{max}}. \tag{5.10}$$

Поскольку энергия фотона ε_{f} видимого спектра (несколько электрон-вольт) намного меньше энергии покоя электрона (**0,511 МэВ**), то максимальную кинетическую энергию электрона можно выразить формулой классической механики

$$W_{max} = \frac{m_e \mathrm{v}_{max}^2}{2}. \tag{5.11}$$

Подставив в (5.9) выражения (5.4), (5.10) и (5.11), получим

$$\frac{m_e \mathrm{v}_{max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{max}},$$

откуда

$$\mathrm{v}_{max} = \sqrt{\frac{2hc}{m_e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{max}}\right)}. \tag{5.12}$$

После подстановки числовых значений в (5.12) имеем

$$\mathrm{v}_{max} = 6{,}5 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\mathrm{v}_{max} = 6{,}5 \cdot 10^5$ **м/с**.

Пример 3. Фотон с энергией $\varepsilon_{\mathrm{f}} = 0{,}75$ **МэВ** рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60°$. Считая, что кинетической энергией и импульсом электрона до столкновения с фотоном можно пренебречь, определить: а) энергию $\varepsilon'_{\mathrm{f}}$

рассеянного фотона; б) кинетическую энергию W_e электрона отдачи; в) направление движения электрона отдачи.

Дано: $\varepsilon_\mathrm{f} = 0{,}75$ **МэВ**, $\theta = 60°$.

Найти ε'_f, W_e, φ.

Решение. 1. *Энергию рассеянного фотона* определим путем преобразования формулы изменения длины волны при эффекте Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_C \left(1 - \cos\theta\right),$$

где λ' – длина волны рассеянного излучения, λ – длина волны падающего излучения, λ_C – комптоновская длина волны электрона, θ – угол рассеяния.

Если длину волны выразить через энергию фотона, а комптоновскую длину волны электрона – через массу покоя электрона, постоянную Планка и скорость света в вакууме (значения постоянных приведены в приложении), то получим

$$\frac{hc}{\varepsilon'_\mathrm{f}} - \frac{hc}{\varepsilon_\mathrm{f}} = \frac{h}{m_e c}\left(1 - \cos\theta\right).$$

Разделим обе части этого равенства на hc:

$$\frac{1}{\varepsilon'_\mathrm{f}} - \frac{1}{\varepsilon_\mathrm{f}} = \frac{1}{m_e c^2}\left(1 - \cos\theta\right) = \frac{1 - \cos\theta}{E_0}, \tag{5.13}$$

где $E_0 = m_e c^2 = 0{,}511$ **МэВ** – энергия покоя электрона.

Из равенства (5.13) выражаем энергию ε'_f рассеянного фотона:

$$\varepsilon'_\mathrm{f} = \frac{\varepsilon_\mathrm{f}}{\dfrac{\varepsilon_\mathrm{f}}{E_0}\left(1 - \cos\theta\right) + 1}. \tag{5.14}$$

После подстановки числовых значений в (5.14) получим

$$\varepsilon'_\mathrm{f} = 0{,}43\ \textbf{МэВ}.$$

2. Из закона сохранения энергии для комптоновского рассеяния следует, что *кинетическая энергия электрона отдачи* равна разности между энергией ε_f падающего фотона и энергией ε'_f рассеянного фотона:

$$W_e = \varepsilon_\mathrm{f} - \varepsilon'_\mathrm{f} = 0{,}75 - 0{,}43 = 0{,}32\ \textbf{МэВ}.$$

3. Направление движения электрона отдачи найдем, используя закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона $\vec{p}_\mathrm{f}$ равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона $\vec{p}\,'_\mathrm{f}$ и электрона отдачи $\vec{p}_e$:

$$\vec{p}_\mathrm{f} = \vec{p}\,'_\mathrm{f} + \vec{p}_e.$$

Векторная диаграмма импульсов изображена на рис. 5. Все вектора проведены из точки O, где находился свободный электрон в момент столкновения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи.

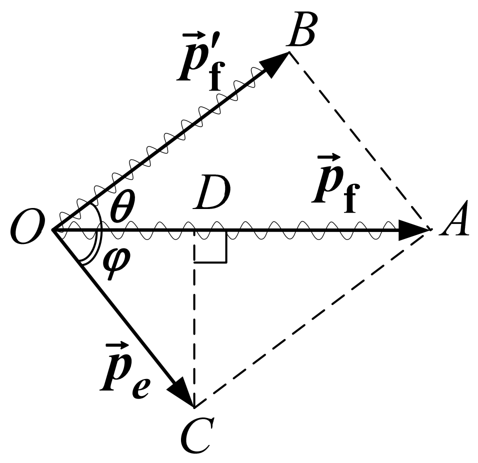

Рис. 5

Из треугольника OCD находим

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{CD}{OD} = \frac{CA\sin\theta}{OA - CA\cos\theta},$$

или

$$tg\varphi = \frac{p'_\mathrm{f}\sin\theta}{p_\mathrm{f} - p'_\mathrm{f}\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\dfrac{p_\mathrm{f}}{p'_\mathrm{f}} - \cos\theta}.$$

Поскольку

$$p_\mathrm{f} = \frac{\varepsilon_\mathrm{f}}{\mathrm{c}} \text{ и } p'_\mathrm{f} = \frac{\varepsilon'_\mathrm{f}}{\mathrm{c}},$$

то

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\dfrac{\varepsilon_\mathrm{f}}{\varepsilon'_\mathrm{f}} - \cos\theta}. \tag{5.15}$$

Из формулы (5.14) следует, что

$$\frac{\varepsilon_\mathrm{f}}{\varepsilon'_\mathrm{f}} = \frac{\varepsilon_\mathrm{f}}{E_0}(1 - \cos\theta) + 1. \tag{5.16}$$

Подставив в (5.15) выражение $\varepsilon_\mathrm{f} / \varepsilon'_\mathrm{f}$ из формулы (5.16), находим

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\left(1 + \dfrac{\varepsilon_\mathrm{f}}{E_o}\right)(1 - \cos\theta)}. \tag{5.17}$$

Учитывая, что

$$\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} \text{ и } 1 - \cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2},$$

после преобразований в (5.17) получаем

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\mathrm{ctg}\dfrac{\theta}{2}}{1 + \dfrac{\varepsilon_\mathrm{f}}{E_o}}.$$

Следовательно,

$$\varphi = arc\mathrm{tg}\left(\frac{\mathrm{ctg}\dfrac{\theta}{2}}{1 + \dfrac{\varepsilon_\mathrm{f}}{E_o}}\right). \tag{5.18}$$

После подстановки числовых значений в (5.18) имеем $\varphi = 35°$.

Ответ: $\varepsilon'_f = 0{,}43$ **МэВ**, $W_e = 0{,}32$ **МэВ**, $\varphi = 35°$.

Вариант 5.1

5.1.1. Точечный изотропный источник излучает свет с длиной волны $\lambda = 663$ **нм**. Определить полный поток N/t фотонов (число фотонов, излучаемых источником за единицу времени). Световая мощность источника $P = 30$ **Вт**.

5.1.2. Красной границе фотоэффекта для алюминия соответствует длина волны $\lambda = 332$ **нм**. Определить: а) работу выхода электрона A (в электронвольтах) для этого металла; б) длину световой волны λ, при которой задерживающая разность потенциалов $U_З = 1{,}0$ **В**.

5.1.3. Плоская световая волна интенсивностью $I = 0{,}2$ **Вт/см²** падает нормально на плоскую зеркальную поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}8$. Определить давление света на эту поверхность.

5.1.4. Фотон с энергией $\varepsilon_f = 1$ **МэВ** рассеялся на покоящемся свободном электроне. Определить кинетическую энергию W_e электрона отдачи (в мегаэлектронвольтах), если вследствие рассеяния длина волны фотона изменилась на $\eta = 25\ \%$.

5.1.5. При комптоновском рассеянии энергия падающего фотона распределяется поровну между рассеянным фоном и электроном отдачи. Угол рассеяния $\theta = 90°$. Определить энергию ε'_f (в мегаэлектронвольтах) и импульс p'_f рассеянного фотона.

5.1.6. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке в $\eta = 1{,}5$ раза длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра изменилась на $\Delta\lambda = 26$ **пм**. Определить первоначальное напряжение U_0 на трубке.

Вариант 5.2

5.2.1. Какому диапазону длин волн λ электромагнитного излучения принадлежит фотон, импульс которого совпадает с наиболее вероятным импульсом молекулы водорода при комнатной температуре $T = 300$ **K**? Масса молекулы водорода $M = 3{,}35 \cdot 10^{-27}$ **кг**.

5.2.2. На фотоэлемент с литиевым катодом падает свет с длиной волны $\lambda = 200$ **нм**. Определить наименьшую задерживающую разность потенциалов $U_{Зmin}$, которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы остановить фототок. Работа выхода электрона для лития $A = 2{,}3$ **эВ**.

5.2.3. Лазер излучает в импульсе в течение $\tau = 0{,}13$ **мс** пучок света с энергией $E = 10$ **Дж**. Определить среднее давление такого светового импульса, если сфокусировать его в пятно диаметром $d = 10$ **мкм** на поверхность, перпендикулярную к пучку, с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}5$.

5.2.4. Фотон с энергией $\varepsilon_{\mathrm{f}} = 0{,}25$ **МэВ** рассеялся под углом $\theta = 120°$ на покоящемся свободном электроне. Определить энергию $\varepsilon'_{\mathrm{f}}$ (в мегаэлектронвольтах) рассеянного фотона.

5.2.5. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает нормально на рассеивающее вещество. При этом длины волн смещенных составляющих излучения, рассеянного под углами $\theta_1 = 60°$ и $\theta_2 = 120°$, отличаются друг от друга в $\eta = 2$ раза. Считая, что рассеяние происходит на свободных электронах, определить длину волны λ падающего излучения.

5.2.6. Определить длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, которые бомбардируют антикатод трубки, $\mathrm{v} = 0{,}85c$, где c – скорость света в вакууме.

Вариант 5.3

5.3.1. Точечный изотропный источник излучает свет с длиной волны $\lambda = 589$ **нм**. Световая мощность источника $P = 50$ **Вт**. Определить среднюю плотность потока фотонов на расстоянии $r = 2$ **м** от источника.

5.3.2. До какого потенциала φ можно зарядить отдаленный от других тел цинковый шарик, если облучить его ультрафиолетовым светом с длиной волны $\lambda = 200$ **нм**? Работа выхода электрона для цинка $A = 3{,}74$ **эВ**.

5.3.3. Короткий импульс света с энергией $E = 7{,}5$ **Дж** в виде узкого почти параллельного пучка нормально падает на зеркальную пластинку с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}6$. Определить импульс Δp, переданный светом пластинке.

5.3.4. Фотон с импульсом $p_{\mathrm{f}} = 1{,}02$ **МэВ**$/c$, где c – скорость света в вакууме, рассеялся на покоящемся свободном электроне, вследствие чего импульс фотона стал $p'_{\mathrm{f}} = 0{,}225$ **МэВ**$/c$. Под каким углом θ рассеялся фотон?

5.3.5. Рентгеновское излучение с длиной волны $\lambda = 20$ **пм** испытывает комптоновское рассеяние под углом $\theta = 90°$. Определить: а) изменение $\Delta\lambda$ длины волны рентгеновского излучения; б) кинетическую энергию W_e (в килоэлектронвольтах) электрона отдачи; в) импульс p_e электрона отдачи.

5.3.6. Узкий пучок рентгеновских лучей падает на монокристалл $NaCl$. Наименьший угол скольжения, при котором наблюдается зеркальное отражение от системы кристаллических плоскостей с межплоскостным расстоянием $d = 0{,}28$ **нм**, составляет $\theta = 4{,}1°$. Какое напряжение U на рентгеновской трубке?

Вариант 5.4

5.4.1. Точечный изотропный источник излучает свет с длиной волны $\lambda = 589$ **нм**. Световая мощность источника $P = 10$ **Вт**. Определить расстояние от источника до точки, в которой средняя концентрация фотонов $n = 100$ **см**$^{-3}$.

5.4.2. На металл падает γ-излучение с длиной волны $\lambda = 1$ **нм**. Пренебрегая работой выхода электрона, найти максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов.

5.4.3. Фотон с энергией $\varepsilon_f = 10$ **эВ** падает на серебряную пластину и вызывает фотоэффект. Определить импульс p, полученный пластиной, если предположить, что направления движения фотона и фотоэлектрона лежат на одной прямой, перпендикулярной к поверхности пластины. Работа выхода электрона для серебра $A = 4{,}7$ **эВ**.

5.4.4. Небольшое идеально отражающее зеркало массой $m = 10$ **мг** подвешено на невесомой нити длиной $l = 10$ **см**. Определить угол α, на который отклонится нить, если по нормали к зеркалу в горизонтальном направлении осветить его коротким импульсом лазерного излучения с энергией $E = 13$ **Дж**. За счет чего зеркало приобретает кинетическую энергию?

5.4.5. Определить длину волны λ рентгеновского излучения, которое испытывает упругое рассеяние на свободных электронах, если максимальная кинетическая энергия электронов отдачи $W_{e\,max} = 0{,}19$ **МэВ**.

5.4.6. Считая, что распределение энергии в спектре тормозного рентгеновского излучения $I(\lambda) = A\left(\dfrac{\lambda}{\lambda_{min}} - 1\right)\Big/\lambda^3$, где λ_{min} – коротковолновая граница спектра, определить напряжение U на рентгеновской трубке, если максимуму функции $I(\lambda)$ соответствует длина волны $\lambda_{max} = 53$ **пм**.

З а н я т и е 6

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 6.

Т а б л и ц а 6

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$\lambda_Б = \dfrac{h}{p}$	Длина волны де Бройля	$\lambda_Б$ – длина волны де Бройля; h – постоянная Планка*; p – импульс частицы
			В нерелятивистском случае ($\mathrm{v} \ll c$) $p = m_0\mathrm{v} = \sqrt{2m_0E_{кин}}$
			В релятивистском случае ($\mathrm{v} \approx c$) $p = m_0\mathrm{v}/\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2} = \dfrac{1}{c}\sqrt{E_{кин}\left(E_{кин}+2E_0\right)}$, где $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя
2	$i\hbar\dfrac{\partial\Psi}{\partial t} = -\dfrac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x,y,z,t)\Psi$	Уравнение Шредингера	$\Psi = \Psi(x,y,z,t)$ – волновая функция частицы массой m; $U = U(x,y,z,t)$ – потенциальная энергия частицы в силовом поле; $\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; $\hbar$ – постоянная Планка*
3	$\Delta\psi + \dfrac{2m}{\hbar^2}\left(E-U\right)\psi = 0$	Уравнение Шредингера для стационарных состояний	E – полная энергия частицы массой m; $\psi = \psi(x,y,z)$ – волновая функция частицы; $U = U(x,y,z)$ – потенциальная энергия частицы

Продолжение табл. 6

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
4	$dP = \lvert\psi\rvert^2 dxdydz$	Вероятность нахождения частицы в объёме $dV = dxdydz$	$\lvert\psi\rvert$ – модуль волновой функции; $\lvert\psi\rvert^2 = \psi\cdot\psi^*$ – плотность вероятности
5	$\iiint\limits_V \lvert\Psi\rvert^2 dxdydz = 1$	Условие нормировки волновой функции	
6	$\Delta x\Delta p_x \ge \hbar/2;$ $\Delta y\Delta p_y \ge \hbar/2;$ $\Delta z\Delta p_z \ge \hbar/2;$ $\Delta E\Delta t \ge \hbar/2$	Соотношения неопределенностей Гейзенберга для координат и импульсов, а также для энергии и времени	Δx и Δp_x – неопределенности координаты и проекции импульса на ось x (то же для осей y и z); ΔE – неопределенность в значении энергии; Δt – длительность времени определения энергии
7	$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right);$ $E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}n^2$	Волновая функция и энергия частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме	L – ширина потенциальной ямы; $n = 1, 2,\ldots$ – номер энергетического уровня; m – масса частицы
8	$E_n = \left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega$	Допустимые значения энергии гармонического осциллятора в квантовой механике	$n = 0, 1, 2,\ldots;$ ω – циклическая частота
9	$D \sim exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\times \int\limits_a^b\sqrt{2m(U(x)-E)}dx\right\}$	Коэффициент прохождения частицы сквозь потенциальный барьер	E – полная энергия частицы массой m; $U(x)$ – потенциальная энергия частицы; a, b – точки пересечения графика функции $U = U(x)$ с прямой $E = const$

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
10	$D \sim exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\times \right.$ $\left.\times\sqrt{2m\left(U_0-E\right)}L\right\}$	Коэффициент прохождения частицы сквозь потенциальный барьер прямоугольной формы	U_0 – высота барьера; L – ширина барьера; E – энергия частицы
11	$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\frac{1}{n^2}$	Собственные значения энергии электрона в атоме водорода и водородоподобных ионах	Z – порядковый номер атома в таблице Менделеева; e – элементарный заряд; m_e – масса покоя электрона; n – номер орбиты – главное квантовое число ($n = 1, 2, \ldots$)
12	$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$; $p_m = \mu_Б\sqrt{l(l+1)}$	Момент импульса L и магнитный момент p_m электрона, обусловленный его движением по орбите	l – орбитальное (азимутальное) квантовое число ($l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$); n – главное квантовое число; $\mu_Б$ – магнетон Бора♣
13	$L_z = m\hbar$; $p_{mz} = m\mu_Б$	Проекции векторов момента импульса L_z и магнитного момента p_{mz} электрона на направление магнитной индукции поля	m – магнитное квантовое число ($m = 0, \pm1, \pm2, \ldots, \pm l$)
14	$\frac{1}{\lambda_{nm}} = R_\infty Z^2\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right)$	Длины волн излучения (формула Бальмера) для водорода и водородоподобных ионов	λ_{nm} – длина волны света, излучаемого атомом при переходе электрона с m-го энергетического уровня на n-й; R_∞ – постоянная Ридберга♣; Z – порядковый номер элемента в периодической системе элементов Менделеева

♣ Значения физических постоянных указаны в приложении.

Примеры решения задач

Пример 1. Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга, найти минимальную энергию E_{min}, которой может обладать частица массой $m = 10^{-27}$ **кг**, находящаяся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной $L = 10^{-15}$ **м**.

Дано: $m = 10^{-27}$ **кг**, $L = 10^{-15}$ **м**.

Найти E_{min}.

Решение. Энергия микрочастицы массой m в потенциальном поле

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & при\ x < 0,\ x > L, \\ 0, & при\ 0 \le x \le L, \end{cases}$$

если она находится в потенциальной яме ($0 \le x \le L$), равна кинетической энергии и поэтому определяется формулой

$$E = \frac{m\mathrm{v}_x^2}{2} = \frac{p_x^2}{2m}, \tag{6.1}$$

где $p_x = m\mathrm{v}_x$ – импульс частицы.

Минимальное значение энергии можно найти, используя соотношение неопределенностей (формула 6 табл. 6)

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \ge \hbar / 2. \tag{6.2}$$

Неопределенность координаты частицы равна ширине потенциальной ямы ($\Delta x = L$), а неопределенность импульса можно положить равной самому импульсу ($\Delta p = p_x$). Тогда из (6.2) получим

$$p_x \ge \frac{\hbar}{2L}. \tag{6.3}$$

Подставив (6.3) в (6.1), имеем

$$E_{min} \approx \frac{\hbar^2}{8mL^2}. \tag{6.4}$$

В численном виде

$$E_{min} = 1{,}39 \cdot 10^{-12}\,\text{Дж} = 8{,}7 \cdot 10^{6}\,\text{эВ}.$$

Ответ: $E_{min} = 8{,}7 \cdot 10^{6}$ **эВ**.

Пример 2. Частица в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной L находится в первом возбужденном состоянии ($n = 2$). Найти вероятность обнаружения частицы в средней трети ямы.

Дано: L, $n = 2$.

Найти P.

Решение. Вероятность P обнаружить частицу в интервале $x_1 < x < x_2$ определяется равенством

$$P = \int_{x_1}^{x_2} \left|\psi(x)\right|^2 dx, \tag{6.5}$$

где $\psi(x)$ – волновая функция частицы (формула 7 табл. 6). При $n = 2$ она имеет вид

$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\frac{2\pi x}{L}. \tag{6.6}$$

Подставив (6.6) в (6.5) и проинтегрировав в пределах от $x_1 = L/3$ до $x_2 = 2L/3$, получим

$$P = \frac{2}{L}\int_{L/3}^{2L/3} \sin^2\frac{2\pi x}{L} dx = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0{,}196.$$

Ответ: $P = 0{,}196$.

Пример 3. Пучок электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов $U = 100$ **В**, падает на две узкие щели, расстояние между которыми $d = 10^{-5}$ **м**. На расстоянии $L = 5$ **м** от щелей расположен экран, светящийся при попадании на него электронов (рис. 6). Найти расстояние между соседними максимумами на экране.

Дано: $U = 100$ **В**, $d = 10^{-5}$ **м**, $L = 5$ **м**.

Найти Δx.

Решение. Согласно гипотезе де Бройля пучок электронов обладает волновыми свойствами, поэтому щели на пути электронов можно считать точечными источниками вторичных волн. При интерференции от двух точечных источников на экране появляются максимумы и минимумы интенсивности. Согласно формуле 6 табл. 1 расстояние между соседними максимумами

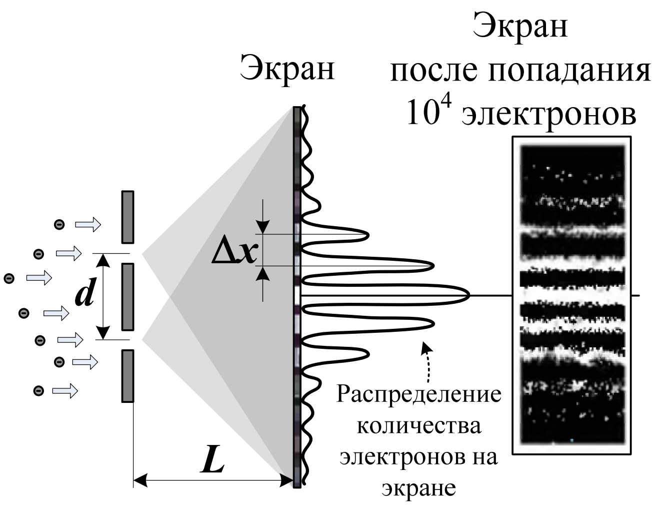

Рис. 6

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}. \tag{6.7}$$

Длину волны λ определим, воспользовавшись формулой 1 табл. 6:

$$\lambda = \frac{h}{m\mathrm{v}}. \tag{6.8}$$

Скорость электрона в пучке найдем из соотношения

$$\frac{m\text{v}^2}{2} = eU\,, \tag{6.9}$$

где e – элементарный заряд; eU – работа кулоновских сил, идущая на сообщение ему кинетической энергии $\dfrac{m\text{v}^2}{2}$.

Из формулы (6.9) имеем

$$\text{v} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}\,. \tag{6.10}$$

Подставив выражение (6.10) в (6.8), а затем (6.8) в (6.7), получим

$$\Delta x = \frac{hL}{d\sqrt{2eUm}}\,. \tag{6.11}$$

В численном виде

$$\Delta x = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 5}{10^{-5}\sqrt{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 10^{2}}} = 6{,}1\cdot 10^{-5}\ \text{м}.$$

Ответ: $\Delta x = 6{,}1\cdot 10^{-5}\,\text{м}$.

Вариант 6.1

6.1.1. Определить длины волн для волновых процессов, которые соответствуют движению:

а) α-частицы ($m_\alpha = 6{,}64\cdot 10^{-27}$ кг) со скоростью $\text{v} = 5\cdot 10^{6}\ \text{м/с}$;

б) молекулы кислорода со среднеквадратической скоростью при комнатной температуре ($T = 300$ K).

6.1.2. Поток электронов, имеющий скорость $\text{v} = 10^{5}\ \text{м/с}$, проходит сквозь щель шириной $b = 0{,}01$ мм. Найти ширину Δx центрального дифракционного максимума, наблюдаемого на экране, который находится на расстоянии $L = 1$ м от щели.

6.1.3. Найти неопределенность Δv скорости протона, если неопределенность его координаты составляет $\Delta x = 10$ Å.

6.1.4. Электрон помещен в одномерный ящик шириной $L = 4\cdot 10^{-10}$ м. Чему равняется энергия электрона на втором энергетическом уровне? Найти длину волны фотона, излучающегося при переходе из четвертого уровня на второй.

6.1.5. Определить вероятность прохождения электрона сквозь потенциальный барьер шириной $L = 5$ Å и высотой $U_0 = 0{,}4$ эВ, если электрон разгоняется разностью потенциалов $\Delta\varphi = 0{,}3$ В.

6.1.6. Вычислить потенциалы ионизации ионов He^{+} и Li^{++}.

Вариант 6.2

6.2.1. При какой скорости частицы ее дебройлевская и комптоновская длины волн совпадают?

6.2.2. Параллельный пучок моноэнергетических электронов падает по нормали на диафрагму с узкой прямоугольной щелью шириной $\boldsymbol{b} = \mathbf{1}$ **мкм**. Определить скорость этих электронов, если на экране, находящемся на расстоянии $\boldsymbol{L} = \mathbf{50}$ **см** от щели, ширина центрального дифракционного максимума $\Delta \boldsymbol{x} = \mathbf{0{,}36}$ **мм**.

6.2.3. Скорость частицы, которая двигается вдоль оси $\boldsymbol{x}$, определяется с точностью $\Delta \mathbf{v}_x = \mathbf{1}$ **см/с**. Оценить неопределенность координаты частицы, если такая частица есть: а) электрон; б) броуновская частица массой $\boldsymbol{m}_2 = \mathbf{10^{-16}}$ **кг** ; в) дробинка массой $\boldsymbol{m}_3 = \mathbf{10^{-4}}$ **кг** .

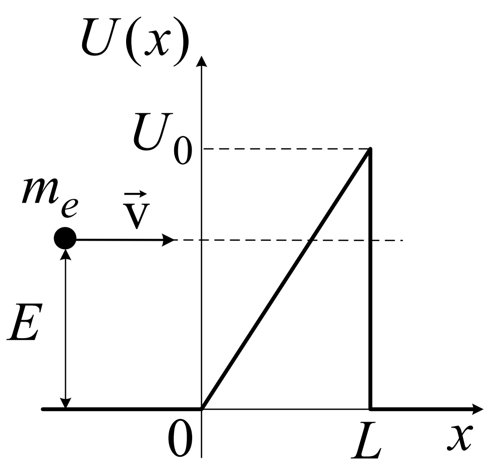

Рис. 7

6.2.4. Какую ширину $\boldsymbol{L}$ имеет одномерная потенциальная яма с бесконечно высокими стенками, если при переходе электрона со второго квантового уровня на первый излучается энергия $\Delta \boldsymbol{E} = \mathbf{1}$ **эВ**?

6.2.5. Найти для электрона с энергией $\boldsymbol{E}$ коэффициент прозрачности $\boldsymbol{D}$ потенциального барьера, ширина которого $\boldsymbol{L}$ и высота $\boldsymbol{U}_0$ (рис. 7).

6.2.6. В спектре некоторого космического объекта установлен водородоподобный спектр, длины волн которого в девять раз меньше, чем атомарного водорода. Определить элемент, которому принадлежит этот спектр.

Вариант 6.3

6.3.1. Начальная длина волны де Бройля электрона равняется **20 пм**. Какую энергию нужно сообщить электрону, чтобы эта длина волны изменилась в $\boldsymbol{N} = \mathbf{2}$ раза?

6.3.2. Какую ускоряющую разность потенциалов $\boldsymbol{U}$ должен пройти пучок электронов, чтобы при отражении от монокристалла никеля с постоянной решетки $\boldsymbol{d} = \mathbf{0{,}352}$ **нм** при угле скольжения $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{5^\circ}$ наблюдался максимум интенсивности отраженного пучка первого порядка?

6.3.3. Характерным временем атомной физики есть время возбужденного состояния $\Delta \boldsymbol{\tau} = \mathbf{10}$ **нс**. Некоторый атом при переходе из возбужденного состояния в невозбужденное испускает фотон. Определить ширину линии излучения.

6.3.4. Частица в потенциальной яме шириной L находится в возбужденном состоянии ($n = 2$). Определить вероятность нахождения частицы в интервале $L/4$, равноудаленном от стенок ямы.

6.3.5. Волновая функция частицы массой m для основного состояния в одномерном потенциальном поле $U(x) = \kappa x^2/2$ имеет вид $\psi(x) = Ae^{-\alpha x^2}$, где A – нормировочный коэффициент, α – положительная постоянная. Найти с помощью уравнения Шредингера постоянную α и энергию E частицы в этом состоянии.

6.3.6. На какой энергетический уровень перешел электрон при возбуждении иона гелия, если при переходе в нормальное состояние были последовательно зафиксированы два фотона с длинами волн $\lambda_1 = 108{,}5$ **нм** и $\lambda_2 = 30{,}4$ **нм**?

Вариант 6.4

6.4.1. Определить дебройлевскую длину волны релятивистских электронов, подлетающих к антикатоду рентгеновской трубки, если длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра $\lambda_{min} = 10$ **пм**.

6.4.2. Найти расстояние Δx между соседними максимумами яркости на люминесцентном экране, которые образуются после прохождения потока электронов через диафрагму с двумя узкими щелями. Кинетическая энергия электронов $E_k = 25$ **эВ**, расстояние между диафрагмой и экраном $L = 75$ **см**, расстояние между центрами щелей $d = 25$ **мкм**.

6.4.3. Электрон определен в области с линейными размерами $L = 1$ **мкм**. Его кинетическая энергия $E_к = 10$ **эВ**. Оценить неопределенность его кинетической энергии ΔE_k.

6.4.4. Частица находится в основном состоянии в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Оценить силу, с которой частица действует на стенку. Сделать расчет для электрона в яме размером $L = 1$ **Å**.

6.4.5. Найти для частицы массой m и энергией E коэффициент прозрачности D потенциального барьера (рис. 8), где

$$U(x) = U_0\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right).$$

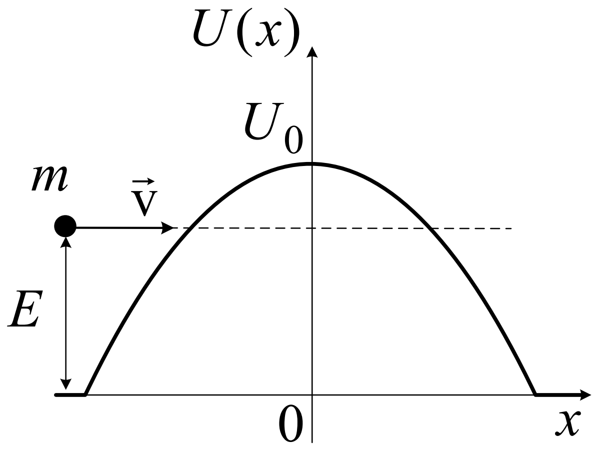

Рис. 8

6.4.6. Какую скорость будет иметь атом водорода вследствие излучения, обусловленного переходом электрона с первого возбужденного состояния в основное?

З а н я т и е 7

ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

При решении задач по данной теме целесообразно пользоваться формулами, приведенными в табл. 7.

Т а б л и ц а 7

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
1	$N = N_0 \exp(-\lambda t)$; $N = N_0 \exp\left(-\frac{t \ln 2}{T}\right)$	Закон радиоактивного распада ядер атомов	N – число ядер в момент времени t; N_0 – начальное число ядер (при $t = 0$); λ – постоянная распада; T – период полураспада
2	$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$	Количество ядер, распавшихся за время t	
3	$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$	Период полураспада	T – промежуток времени, в течение которого распадается половина из имеющихся радиоактивных ядер
4	$\tau = \frac{1}{\lambda}$	Среднее время жизни радиоактивного ядра	τ – промежуток времени, за который число распадающихся атомов уменьшается в e раз
5	$A = \left\lvert\frac{dN}{dt}\right\rvert = \lambda N$	Активность радиоактивного вещества	A – число ядер радиоактивного вещества, распадающихся за единицу времени (за $t = 1$ с), $[A] =$ Бк (беккерель)
6	$A = A_0 \exp(-\lambda t)$, $A_0 = \lambda N_0$	Закон изменения активности радиоактивных веществ со временем	A_0 – активность в начальный момент времени (при $t = 0$)
7	$E_{св} = \Delta m c^2$	Энергия связи ядра атома	Δm – дефект массы; c – скорость света в вакууме[♣]

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
8	$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я$ (а) $\Delta m = Zm\left({}^1H\right) + \left(A - Z\right)m_n - m_a$ (б)	Дефект массы ядра	Z – зарядовое число атомного ядра (порядковый номер элемента в таблице Менделеева); A – массовое число (число протонов и нейтронов в ядре); m_p, m_n, $m_я$, $m\left({}^1H\right)$, m_a – массы протона, нейтрона, ядра, атома протия и атома соответственно*
9	$D = \dfrac{dW}{dm}$	Доза поглощенного ионизирующего излучения	Отношение поглощенной энергии dW в данном объеме к массе вещества dm в этом объеме. $[D] = \mathbf{Гр}$ (грей), $\mathbf{1\ Гр = 1\ Дж/кг}$
10	$P = \dfrac{dD}{dt}$	Мощность дозы поглощенного ионизирующего излучения	Доза поглощенного ионизирующего излучения dD в единицу времени dt. $[P] = \mathbf{Гр/с}$
11	$X = \dfrac{dQ}{dm}$	Экспозиционная доза рентгеновского и γ-излучения	Отношение суммарного заряда ионов одного знака dQ, образующихся в некотором объеме сухого воздуха, к массе этого объема dm. $[X] = \mathbf{Кл/кг}$. Внесистемная единица $\mathbf{Р}$ (рентген). $\mathbf{1\ Р = 2{,}58 \cdot 10^{-4}\ Кл/кг}$
12	$\dot{X} = \dfrac{dX}{dt}$	Мощность экспозиционной дозы рентгеновского и γ-излучения	Экспозиционная доза излучения dX, полученная за единицу времени dt. $[\dot{X}] = \mathbf{А/кг}$. Внесистемная единица $\mathbf{Р/с}$

№ п/п	Формула	Название формулы	Пояснение к формуле
13	$X = X_0 e^{-\mu l}$	Экспозиционная доза рентгеновского и γ-излучения, падающего на объект, экранированный защитным слоем толщиной l	X_0 – экспозиционная доза в отсутствие защитного слоя; l – толщина защитного слоя; μ – линейный коэффициент поглощения в материале защитного слоя
14	$X = \dfrac{\dot{X}_0 t}{r^2}$	Экспозиционная доза γ-излучения, падающего в течение времени t на объект, находящийся в воздухе на расстоянии r от точечного источника	$\dot{X}_0$ – мощность экспозиционной дозы на расстоянии $r = 1$ м от точечного источника. Поглощением γ-излучения в воздухе пренебрегают
15	$I = I_0 e^{-\mu l}$	Ослабление интенсивности излучения	I – интенсивность γ-излучения в веществе на глубине l; I_0 – интенсивность γ-излучения, падающего на поверхность вещества; μ – коэффициент поглощения

♣ Значения физических постоянных указаны в приложении.

Примеры решения задач

Пример 1. Определить дефект масс и энергию связи ядра бора $^{11}_{5}B$. Масса покоя атома бора $m\left(^{11}B\right) = 11{,}00930$ **а.е.м.**

Дано: $m\left(^{11}B\right) = 11{,}00930$ **а.е.м.**

Найти Δm, $E_{св}$.

Решение. Дефект масс атомного ядра определяется по формуле 8 (б) табл. 7:

$$\Delta m = Zm\left(^{1}H\right) + \left(A - Z\right)m_n - m\left(^{11}B\right).$$

Подставляя в эту формулу числовые значения масс (приведены в приложении), имеем

$$\Delta m = 5\cdot 1{,}00783 + 6\cdot 1{,}00866 - 11{,}00930 = 0{,}08181 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи ядра вычисляется по формуле 7 табл. 7:

$$E_{св} = c^2 \Delta m. \qquad (7.1)$$

Учитывая, что $1 \text{ а.е.м.}\cdot c^2 = 931{,}5 \text{ МэВ}$, подставим числовые значения в (7.1):

$$E_{св} = 931{,}5\cdot 0{,}08181 = 76{,}2 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\Delta m = 0{,}08181 \text{ а.е.м.}$, $E_{св} = 76{,}2 \text{ МэВ}$.

Пример 2. Масса препарата ${}^{27}_{12}Mg$ составляет $m = 2\cdot 10^{-10}$ кг. Определить начальную активность препарата и его активность через $t = 1$ ч. Считать, что все атомы ${}^{27}_{12}Mg$ радиоактивны. Период полураспада $T = 9{,}46$ мин.

Дано: $m = 2\cdot 10^{-10}$ кг, $t = 3600$ с, $T = 567{,}6$ с.

Найти A_0, A.

Решение. Начальная активность препарата определяется по формуле

$$A_0 = \lambda N_0. \qquad (7.2)$$

Постоянная распада

$$\lambda = ln 2/T. \qquad (7.3)$$

Количество атомов препарата в начальный момент времени

$$N_0 = \frac{m N_A}{\mu_{Mg}}, \qquad (7.4)$$

где μ_{Mg} – молярная масса препарата; N_A – постоянная Авогадро.

Подставив в формулу (7.2) выражения (7.3) и (7.4), получим

$$A_0 = \frac{m N_A ln 2}{\mu_{Mg} T} = \frac{0{,}2\cdot 10^{-9}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\cdot 0{,}693}{0{,}027\cdot 567{,}6} = 5{,}44\cdot 10^{12} \text{ Бк}.$$

По формуле 6 табл. 7 найдем

$$A = A_0 e^{-\frac{ln 2}{T}t} = 5{,}44\cdot 10^{12} e^{-\frac{0{,}693\cdot 3600}{567{,}6}} = 6{,}71\cdot 10^{10} \text{ Бк}.$$

Ответ: $A_0 = 5{,}44\cdot 10^{12}$ Бк, $A = 6{,}71\cdot 10^{10}$ Бк.

Пример 3. Определить толщину слоя воды, который обеспечивает ослабление параллельного пучка γ-излучения в два раза, если линейный коэффициент поглощения $\mu = 0{,}047 \text{ см}^{-1}$.

Дано: $I_0/I = 2$, $\mu = 0{,}047$ см$^{-1}$.

Найти $l_{1/2}$.

Решение. При прохождении γ-излучения через слой вещества происходит его поглощение за счет трех факторов: фотоэффекта, эффекта Комптона и возникновения пар (электрон-позитрон). В результате действия этих трех факторов интенсивность γ-излучения экспоненциально уменьшается в зависимости от толщины слоя:

$$I = I_0 e^{-\mu l}. \tag{7.2}$$

Пройдя поглощающий слой толщиной $l_{1/2}$, который соответствует половинному ослаблению, пучок γ-излучения имеет интенсивность

$$I = \frac{I_0}{2}.$$

Подставив $I = \frac{I_0}{2}$ и $l_{1/2}$ в формулу (7.2), получим

$$\frac{I_0}{2} = I_0 e^{-\mu l_{1/2}},$$

или, после сокращения на I_0,

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu l_{1/2}}.$$

Прологарифмировав последнее выражение, найдем искомое значение толщины слоя половинного ослабления:

$$l_{1/2} = \frac{ln 2}{\mu} = \frac{0{,}693}{0{,}047} = 14{,}7 \text{ см}.$$

Ответ: $l_{1/2} = 14{,}7$ **см**.

Вариант 7.1

7.1.1. Найти удельную энергию связи $\omega_{зв}$ ядра кислорода ${}^{16}_{8}O$ (энергию, которая приходится на один нуклон). Масса атома кислорода $m\left({}^{16}O\right) = 15{,}99491$ **а.е.м.**

7.1.2. Имеем $N = 2{,}5 \cdot 10^7$ атомов радия ${}^{227}_{89}Ra$. Сколько атомов распадется за одни сутки, если период полураспада радия $T\left({}^{227}_{89}Ra\right) = 1620$ **лет**?

7.1.3. Сколько слоев половинного ослабления в пластине, при прохождении которой интенсивность параллельного пучка монохроматического рентгеновского излучения уменьшается в $k = 1000$ раз?

7.1.4. Активность препарата уменьшилась в $k = 253$ раза. Скольким периодам полураспада равняется прошедший промежуток времени?

7.1.5. Определить количество тепла, которое выделяет $m = 1$ мг препарата полония ${}^{210}_{84}Po$ при α-распаде в течение среднего времени жизни этих ядер, если известно, что излучаемые α-частицы имеют кинетическую энергию $\varepsilon_к = 5{,}3$ МэВ и практически все дочерние ядра рождаются в основном энергетическом состоянии.

7.1.6. Мощность экспозиционной дозы γ-излучения на расстоянии $r_1 = 40$ см от точечного источника составляет $\dot{X} = 1{,}0$ Р/*мин*. Сколько времени в течение рабочего дня можно находиться на расстоянии $r_2 = 6{,}0$ м от источника, если предельно допустимая доза γ-излучения за рабочий день $X_{доп} = 20$ мР? Поглощением γ-лучей в воздухе пренебречь.

Вариант 7.2

7.2.1. Сколько тепла Q выделяется при образовании одного грамма гелия ${}^{4}_{2}He$ из дейтерия ${}^{2}_{1}H$? Какая масса m каменного угля с удельной теплопроводностью 30 кДж/г эквивалентна в тепловом отношении полученной величине? Масса атома гелия $m\left({}^{4}He\right) = 4{,}0026$ а.е.м., масса атома дейтерия $m\left({}^{2}H\right) = 2{,}0141$ а.е.м.

7.2.2. За один год начальное количество радиоактивного нуклида уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?

7.2.3. Ядро урана ${}^{235}_{92}U$ (ядерное топливо для электростанций), которое захватило один нейтрон, разделилось на два осколка. При этом освободилось два нейтрона. Одним из осколков оказалось ядро ксенона ${}^{140}_{54}Xe$. Определить порядковый номер и массовое число второго осколка.

7.2.4. Определить интенсивность I гамма-излучения на расстоянии $r = 5$ см от точечного изотропного радиоактивного источника, имеющего активность $A = 148$ ГБк. Считать, что при каждом акте распада излучается в среднем $n = 1{,}8$ γ-фотонов с энергией $\varepsilon = 0{,}51$ МэВ каждый.

7.2.5. В кровь человека ввели небольшое количество раствора, который содержит радиоактивный изотоп натрия с активностью $A_0 = 2{,}0 \cdot 10^3$ **Бк**. Активность $V = 1$ **см**^{3} крови через $t = 5$ **ч** $A = 0{,}267$ **Бк/см**^{3} . Период полураспада данного изотопа $T = 15$ **ч**. Найти объем крови человека.

7.2.6. Найти толщину слоя половинного поглощения $l_{1/2}$ γ-частиц, которые излучаются радиоактивным препаратом изотопа фосфора, для воздуха, алюминия и свинца, если линейные коэффициенты поглощения $\mu_1 = 0{,}0138$ **см**$^{-1}$, $\mu_2 = 26{,}8$ **см**$^{-1}$, $\mu_3 = 121$ **см**$^{-1}$ соответственно.

Вариант 7.3

7.3.1. Учитывая, что при одном акте распада ядра $^{235}_{92}U$ освобождается энергия $\varepsilon_0 = 200$ **МэВ**, определить энергию ε, которая выделяется при распаде $m = 1$ **кг** урана, и массу каменного угля с удельной теплотворной способностью $q = 3 \cdot 10^7$ **Дж/кг**, эквивалентную в тепловом отношении одному килограмму урана.

7.3.2. Ядро изотопа кобальта $^{60}_{27}Co$ выбросило позитрон. В какое ядро превратилось ядро кобальта?

7.3.3. Как изменится активность препарата кобальта $^{63}_{27}Co$ за промежуток времени $t = 13{,}7$ **с**? Период полураспада кобальта $^{63}_{27}Co$ $T = 27{,}4$ **с**.

7.3.4. На расстоянии $r_1 = 10$ **см** от точечного источника γ-излучения мощность экспозиционной дозы $\dot{X} = 0{,}2$ **Р/мин**. На каком наименьшем расстоянии от источника экспозиционная доза излучения X за шестичасовой рабочий день не превышает границы допустимой дозы $X_{доп} = 0{,}02$ **Р**? Поглощением лучей в воздухе пренебречь.

7.3.5. Определить толщину слоя половинного ослабления параллельного пучка рентгеновского излучения для свинца, воды, воздуха. Линейные коэффициенты ослабления этого излучения для свинца, воды и воздуха $\mu_1 = 10645$ **м**$^{-1}$, $\mu_2 = 137$ **м**$^{-1}$, $\mu_3 = 0{,}159$ **м**$^{-1}$ соответственно.

7.3.6. Определить возраст изделия из дерева, если известно, что активность A образца из этого изделия по изотопу углерода $^{14}_{6}C$ в три раза меньше активности A_0 свежей древесины. Период полураспада изотопа $^{14}_{6}C$ $T = 5730$ **лет**.

Вариант 7.4

7.4.1. Радиоизотоп $^{32}_{15}P$, период полураспада которого $T = 14,3$ **сут**, возникает в ядерном реакторе со скоростью $q = 2,7 \cdot 10^9$ **ядер/с**. Через какое время t после начала создания этого радиоизотопа его активность $A = 1,0 \cdot 10^9$ **Бк**?

7.4.2. В результате распада изотопа радия $^{226}_{88}Ra$ массой $m = 1,0$ **г** за промежуток времени $t = 1$ **год** возникло некоторое количество гелия $^{4}_{2}He$, который занимает при нормальных условиях $V = 43,06$ **мм**^{3} ($p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ **Па**, $T_0 = 273$ **К**). Определить при этих условиях постоянную Авогадро. Период полураспада $^{226}_{88}Ra$ $T = 1600$ **лет**.

7.4.3. На сколько процентов снизится активность иридия $^{192}_{77}Ir$ через месяц? Период его полураспада $T = 74$ **сут**.

7.4.4. Под действием космических лучей в каждом кубическом сантиметре ($V = 10^{-6}$ **м**^{3}) воздуха ($\rho = 1,29$ **кг/м**^{3}) на уровне моря возникает в среднем две пары однозарядных ($q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ **Кл**) ионов за время $t_1 = 1$ **с**. Определить в рентгенах экспозиционную дозу X излучения, действие которого испытывает человек за время $t_2 = 1$ **сут**.

7.4.5. Какая масса урана $^{235}_{92}U$ расходуется за промежуток времени $t = 1$ **сут** на атомной электростанции мощностью $P = 5$ **МВт**? Коэффициент полезного действия $\eta = 17$ **%**. Считать, что в каждом акте выделяется энергия $\varepsilon_0 = 200$ **МэВ**.

7.4.6. Определить возраст деревянных предметов, если активность изотопа углерода $^{14}_{6}C$ в них $k = 0,6$ удельной активности этого же изотопа в только что срубленных деревьях. Период полураспада $^{14}_{6}C$ $T = 5730$ **лет**.

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

В приложении представлены значения фундаментальных физических постоянных, рекомендованных рабочей группой CODATA (2010 г.).

Название	Обозначение	Значение постоянной
Скорость света в вакууме	c	**299792458 м/с**
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}854187817 \cdot 10^{-12}$ **Ф/м**
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ **Гн/м**
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ **м^3/(кг · с^2)**
Элементарный заряд	e	$1{,}602176565 \cdot 10^{-19}$ **Кл**
Постоянная Планка	h	$6{,}62606957 \cdot 10^{-34}$ **Дж · с**
	$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$	$1{,}054571726 \cdot 10^{-34}$ **Дж · с**
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02214129 \cdot 10^{23}$ **моль$^{-1}$**
Газовая постоянная	R	**8,3144621 Дж/(моль · К)**
Постоянная Больцмана	$k = \dfrac{R}{N_A}$	$1{,}3806488 \cdot 10^{-23}$ **Дж/К**
Атомная единица массы	$\text{а.е.м.} = \dfrac{1}{12} m\left({}^{12}C\right)$	$1{,}660538921 \cdot 10^{-27}$ **кг**
Энергетический эквивалент атомной единицы массы	$\text{а.е.м.} \cdot c^2$	$1{,}492417954 \cdot 10^{-10}$ **Дж** **931,494061 МэВ**
Масса покоя электрона	m_e	$9{,}10938291 \cdot 10^{-31}$ **кг** $5{,}4857990946 \cdot 10^{-4}$ **а.е.м.**
Энергия покоя электрона	$m_e c^2$	$8{,}18710506 \cdot 10^{-14}$ **Дж** **0,510998928 МэВ**

Название	Обозначение	Значение постоянной
Масса покоя протона	m_p	$1{,}672621777 \cdot 10^{-27}$ кг 1,007276466812 а.е.м.
Энергия покоя протона	$m_p c^2$	$1{,}503277484 \cdot 10^{-10}$ Дж 938,272046 МэВ
Масса покоя нейтрона	m_n	$1{,}674927351 \cdot 10^{-27}$ кг 1,00866491600 а.е.м.
Энергия покоя нейтрона	$m_n c^2$	$1{,}505349631 \cdot 10^{-10}$ Дж 939,565379 МэВ
Масса атома водорода ^1H	$m\left(^1H\right)$	$1{,}673532691 \cdot 10^{-27}$ кг 1,00782503207 а.е.м.
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_C = \dfrac{h}{m_e c}$	$2{,}4263102389 \cdot 10^{-12}$ м
Постоянная тонкой структуры	$\alpha = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}$	$7{,}2973525698 \cdot 10^{-3}$
Постоянная Ридберга	$R_\infty = \dfrac{\alpha^2 m_e c}{2h} = \dfrac{m_e e^4}{64\pi^3 \varepsilon_0^2 \hbar^3 c}$	$10973731{,}568539$ м$^{-1}$
	$R_\infty c$	$3{,}289841960364 \cdot 10^{15}$ Гц
Боровский радиус	$a_0 = \dfrac{\alpha}{4\pi R_\infty} = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}$	$0{,}52917721092 \cdot 10^{-10}$ м
Классический радиус электрона	$r_e = \alpha^2 a_0$	$2{,}8179402894 \cdot 10^{-15}$ м
Магнетон Бора	$\mu_Б = \dfrac{e\hbar}{2m_e}$	$927{,}400968 \cdot 10^{-26}$ Дж/Тл
Ядерный магнетон	$\mu_Я = \dfrac{e\hbar}{2m_p}$	$5{,}05078353 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = \dfrac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$	$5{,}670373 \cdot 10^{-8}$ Вт$/\left(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4\right)$
Постоянная закона смещения Вина	$b = \lambda_{max} T$	$2{,}897721 \cdot 10^{-3}$ м·К
	$b' = \nu_{max} / T$	$5{,}8789254 \cdot 10^{10}$ Гц/К

Ответы

Занятие 1

1.1.1. а) $\Delta = 2d\,n_2 + \left(l - 2d\right)n_3 - ln_1 = 28{,}12$ мм;

б) $\lambda_3 = \dfrac{n_1\lambda_1}{n_3} = 451{,}1$ нм; в) $\Delta\Phi = \dfrac{2\pi\,\Delta}{\lambda_1 n_1} = 2,\,80\cdot 10^5$ рад.

1.1.2. $d = \dfrac{\lambda L}{\Delta x} = 0{,}4$ мм. **1.1.3.** $n = 1 + \dfrac{m\lambda}{l} \approx 1{,}0000773$.

1.1.4. $d = \dfrac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \approx 0{,}13$ мкм. **1.1.5.** $d_{min} = \dfrac{\lambda}{4n_1} \approx 0{,}11$ мкм.

1.1.6. $n = \dfrac{mR\lambda}{r_m^2} \approx 1{,}33$.

1.2.1. $\Delta = d\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\alpha\right) = 548{,}2$ мкм.

1.2.2. а) $\lambda_к = 0{,}65$ мкм; б) $\lambda_с = 0{,}45$ мкм. **1.2.3.** $n = 1 + \dfrac{m\lambda}{2l} \approx 1{,}000379$.

1.2.4. а) $d_{min} = \dfrac{\lambda}{4n} = 0{,}125$ мкм; б) $d_{min} = \dfrac{\lambda}{2n} = 0{,}25$ мкм.

1.2.5. $\dfrac{N}{l} = \dfrac{2\gamma n}{\lambda} = 5\ \text{см}^{-1}$. **1.2.6.** $\lambda = \dfrac{l}{8R} = 0{,}675$ мкм.

1.3.1. $\Delta\Phi \approx \dfrac{2\pi}{\lambda} d\sin\Theta$. **1.3.2.** $\Delta x = \dfrac{\lambda L}{2h} = 0{,}25$ мм.

1.3.3. $I = 4I_0\cos^2\left(\dfrac{\pi d\,n\,x}{\lambda L}\right)$; $< I > = 2I_0$.

1.3.4. $\lambda = \dfrac{4}{3}d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$;

а) $\lambda \approx 640$ нм (красный); б) $\lambda \approx 538$ нм (зеленый).

1.3.5. $\gamma = \dfrac{N\lambda}{2nl} = 40''$. **1.3.6.** $l_2 = 3{,}7$ мм.

1.4.1. а) $m = \dfrac{l^2}{2\lambda L} = 2$ (максимум освещенности); б) $n = 1 + \dfrac{\Delta}{d} = 1{,}5$.

1.4.2. а) $\Theta = \dfrac{(a+b)\lambda}{2a(n-1)\Delta x} = 14{,}3'$; б) $N_{max} \le \dfrac{(a+b)b\lambda}{a(\Delta x)^2} \approx 7{,}29 \Rightarrow N_{max} = 7$.

1.4.3. $\Theta_{max} = \arcsin\left(\dfrac{mc}{\nu d}\right)$, $m = 0, \pm 1, \pm 2$;

$\Theta_{max} = 0,\ 30,\ 90,\ 150,\ 180,\ 210,\ 270,\ 330^{\circ}$.

1.4.4. $\lambda = \dfrac{4}{5} nd = 480$ нм. **1.4.5.** $\gamma = \dfrac{5\lambda}{2nl} = 10{,}6''$. **1.4.6.** $N = \dfrac{2h}{\lambda} = 400$.

Занятие 2

2.1.1. $b = \dfrac{aR^2}{am\lambda - R^2}$; а) $b \to \infty$; б) $b = 0{,}125$ м.

2.1.2. $R = \sqrt{\dfrac{\lambda L}{2}} = 1$ мм. **2.1.3.** $N = 11$. **2.1.4.** $L = \dfrac{2b\lambda_{красн}}{L_0} = 3{,}8$ см.

2.1.5. $\lambda = \dfrac{al}{Nm\sqrt{L^2 + a^2}} = 590$ нм. **2.1.6.** $\theta = \arcsin\left(\dfrac{m\lambda}{2d}\right) = 31^{\circ}40'$.

2.2.1. а) $m_{min} \ge \dfrac{R^2}{a\lambda} \approx 7{,}27 \Rightarrow m_{min} = 8$; б) $b_m = \dfrac{aR^2}{a\,m_{min}\lambda - R^2} = 10$ м;

в) $R_1 \le \sqrt{a\lambda} = 0{,}74$ мм.

2.2.2. $b_{max} = \dfrac{D^2}{8\lambda} = 0{,}8$ м. **2.2.3.** $\varphi = 30^{\circ}$.

2.2.4. $a_{12} = \dfrac{\lambda L}{b} = 5$ мм; $a_0 = \dfrac{2\lambda L}{b} = 1$ см.

2.2.5. $m_{max} \le \dfrac{l}{N\lambda} \approx 2{,}86 \Rightarrow m_{max} = 2$. **2.2.6.** $\lambda = \dfrac{2\sin\theta}{m}\sqrt[3]{\dfrac{\mu}{2N_A\rho}} = 2{,}44$ Å.

2.3.1. $L = \dfrac{D^2}{\lambda} = 167$ м.

2.3.2. $\lambda = \dfrac{b_2 - b_1}{b_2 b_1} R^2 = 500$ нм.

2.3.3. $R = \sqrt{\dfrac{m\lambda F b}{b - F}} = 0{,}9\sqrt{m}$ мм, где $m = 1, 3, 5, \ldots$.

2.3.4. $\Delta\varphi = \dfrac{2\lambda}{b} = 34{,}4'$; $\Delta x = \dfrac{2F\lambda}{b} = 2$ мм.

2.3.5. $\lambda_2 = 447$ нм.

2.3.6. $\theta = \arccos\left(\cos\theta_0 + 0{,}4m\right)$, где $m = 0, \pm 1, -2, -3$;

$\theta \approx 26, 60, 84, 107, 134°$.

2.4.1. а) $I = 4I_0$; б) $I = 2I_0$; в) $I = 2I_0$; г) $I = I_0$.

2.4.2. $b_2 = \dfrac{b_1}{n^2} = 1$ м.

2.4.3. $d = \dfrac{\lambda_{красн} - \lambda_{фиол}}{bD} = 0{,}7$ мм.

2.4.4. $\varphi = \arcsin\left(\dfrac{m\lambda}{b} + \sin\varphi_0\right)$, где $m = \pm 1$; $\varphi_+ = 33{,}4°$, $\varphi_- = 26{,}7°$.

2.4.5. $a = \dfrac{N\lambda L}{\sqrt{l^2 - N^2\lambda^2}} \approx 13{,}1$ см.

2.4.6. $\Delta\alpha = \arccos\left(\cos\alpha_0 - \dfrac{\lambda N}{l}\right) - \alpha_0 = 13{,}6'$.

Занятие 3

3.1.1. $n = \operatorname{ctg}\beta = 1{,}73$.

3.1.2. $\varphi = \arccos\sqrt{\dfrac{2}{k}} = 45°$.

3.1.3. $\varphi = \arccos\dfrac{\sqrt{2k_2}}{2k_1} = 30°$.

3.1.4. $\mathrm{v} = \dfrac{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} c = 0{,}324c$.

3.1.5. $T = \dfrac{4\pi\lambda_0 R}{c\Delta\lambda} \approx 25$ суток.

3.1.6. $\mathrm{v}_{min} = \dfrac{c}{n} = 2 \cdot 10^8$ м/с.

3.2.1. $\alpha_Б = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{cosec}\alpha_{пр}\right) = 54°44'$.

3.2.2. $I = I_0 \cos^2\varphi_1 \cos^2\left(\varphi_2 - \varphi_1\right)$.

3.2.3. а) $\dfrac{I_0}{I_1} = \dfrac{2}{1-k} = 2{,}11$; б) $\dfrac{I_0}{I_2} = \dfrac{2}{(1-k)^2\cos^2\varphi} = 8{,}86$.

3.2.4. $\dfrac{I_0}{I} = 8$. **3.2.5.** $\mathrm{v} = \dfrac{(\lambda_0 + \Delta\lambda)^2 - \lambda_0^2}{(\lambda_0 + \Delta\lambda)^2 + \lambda_0^2} c = 0{,}256\ c$.

3.2.6. $E_{кин} = \left(\dfrac{n}{\sqrt{n^2-1}} - 1\right) m_0c^2 = 0{,}281\ m_0c^2$;

а) $E_{кин} = 143{,}8$ кэВ; б) $E_{кин} = 264$ кэВ.

3.3.1. $n_2 = n_1 \mathrm{ctg}\,\alpha_Б = 1{,}67$. **3.3.2.** $\dfrac{I_0}{I_3} = \dfrac{2}{k^3\cos^4\varphi} \approx 43{,}9$.

3.3.3. $\dfrac{I}{I_0} = \dfrac{(\cos\varphi)^{2(N-1)}}{2} = 0{,}119$.

3.3.4. $\dfrac{I_0 - I}{I_0} \cdot 100\% = \left(1 - exp\left(-\dfrac{d(æ_1 + æ_2)}{2}\right)\right) \cdot 100\% \approx 9{,}52\ \%$.

3.3.5. $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda_0 E_{кин}}{m_0c^2} = 0{,}7$ нм.

3.3.6. $E_{кин} = \left(\dfrac{n\cos\theta}{\sqrt{n^2\cos^2\theta - 1}} - 1\right) m_0c^2 = 290$ кэВ.

3.4.1. $\gamma = 2\,\mathrm{arctg}\left(\dfrac{1}{n}\right) = 66°41'$. **3.4.2.** $P = \sqrt{\dfrac{N-1}{N+1}} = 0{,}94$.

3.4.3. $W = \dfrac{\pi\Phi_0}{\omega} = 0{,}6$ мДж. **3.4.4.** $E_{min} = \dfrac{1}{\sqrt{2Bl}} = 1{,}51$ МВ/м.

3.4.5. $N = 4BlE^2\nu = 275$.

3.4.6. $\Delta\lambda = \left(1 + \cos\theta\sqrt{1 + \dfrac{2m_0c^2}{E_{кин}}}\right) \dfrac{\lambda_0 E_{кин}}{m_0c^2} \approx 27$ нм.

Занятие 4

4.1.1. $T_2 = \sqrt[4]{N}\, T_1 = 1000\,\text{K}$.

4.1.2. $\lambda_{max} \approx 1{,}45$ мкм, $r^*(\lambda, T) \approx 4{,}1 \cdot 10^{11}$ Вт/м^3.

4.1.3. $T = 4830$ K, $R^* \approx 30{,}9$ МВт/м^2. **4.1.4.** $T = \sqrt[4]{\dfrac{W}{\sigma S t}} \approx 1152$ K.

4.1.5. а) $\lambda_{max} = 1$ мкм – инфракрасное излучение;

б) $\lambda_{max} = 0{,}5$ мкм – видимое излучение (зеленый свет);

в) $\lambda_{max} \approx 2{,}9$ Å – рентгеновское излучение.

4.1.6. $\dfrac{\Phi_2}{\Phi_1} = \left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^4 = 16$. **4.2.1.** $\eta = 1 - \dfrac{\sigma S T^4}{P} = 0{,}433$. **4.2.2.** $R = r_0 / \alpha$.

4.2.3. $a(\lambda, T) = exp\left[\dfrac{hc}{\lambda k}\left(\dfrac{1}{T} - \dfrac{1}{T_{ярк}}\right)\right]$. **4.2.4.** $S = \dfrac{P}{\sigma \alpha(T) T^4} \approx 0{,}41$ мм^2.

4.2.5. $T_2 = \dfrac{T_1}{1 + \dfrac{\Delta\lambda T_1}{b}} = 1449$ K. **4.2.6.** $T_2 = T_1 \sqrt{\dfrac{d}{2l}} = 340$ K.

4.3.1. $I = \dfrac{\pi \sigma \alpha(T) d\, L T^4}{U} \approx 0{,}143$ A. **4.3.2.** $\lambda_{max_2} = \dfrac{\lambda_{max_1}}{\sqrt[4]{n}}$.

4.3.3. $T = T_{\odot} \sqrt{\dfrac{R_{\odot}}{L}} \approx 395$ K.

4.3.4. $\dfrac{R_2^*}{R_1^*} = \left(\dfrac{\lambda}{\lambda - \Delta\lambda}\right)^4 = 16$, $\dfrac{r^*_{max\,2}(\lambda, T)}{r^*_{max\,1}(\lambda, T)} = \left(\dfrac{\lambda}{\lambda - \Delta\lambda}\right)^5 = 32$.

4.3.5. $j = \dfrac{2\pi h c^2 \Delta\lambda T^5}{b^5\left[exp\left(\dfrac{hc}{kb}\right) - 1\right]} \approx 3{,}1\,\dfrac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$. **4.3.6.** $\eta \approx 1{,}15$.

4.4.1. $t = \dfrac{c\rho d\left(\eta^3 - 1\right)}{18\sigma T_0^3} = 3$ ч. **4.4.2.** $T_{\oplus} = T_{\odot}\sqrt{\dfrac{R_{\odot}}{2L}} \approx 279$ K.

4.4.3. $d_2 = d_1\left(\dfrac{T_1^4}{T_2^4}\left(\dfrac{1+\alpha T_1}{1+\alpha T_2}\right)\right)^{\frac{1}{3}} \approx 54$ мкм. **4.4.4.** $\dfrac{\Delta R^*}{R} \approx 4\dfrac{\Delta T}{T} = 4$ %.

4.4.5. При данных условиях $hc/\lambda >> kT$. Поэтому $x \approx \left(\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5 exp\left[\dfrac{hc}{kT}\left(\dfrac{1}{\lambda_2} - \dfrac{1}{\lambda_1}\right)\right] = 2{,}9$, где $\lambda_1 = 700$ нм, $\lambda_2 = 400$ нм.

4.4.6. $< w > = \dfrac{\sigma T^4 R^2}{cr^2}$.

Занятие 5

5.1.1. $\dfrac{N}{t} = \dfrac{P\lambda}{hc} = 10^{16}$ с$^{-1}$.

5.1.2. а) $A = \dfrac{hc}{\lambda_{max}} = 3{,}73$ эВ; б) $\lambda = \dfrac{\lambda_{max}}{1 + \dfrac{eU_{З}\lambda_{max}}{hc}} = 262$ нм.

5.1.3. $p = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ Па. **5.1.4.** $W_e = \dfrac{\eta\varepsilon_{\mathrm{f}}}{1+\eta} = 0{,}2$ МэВ.

5.1.5. $\varepsilon'_{\mathrm{f}} = \dfrac{m_e c^2}{2} = 0{,}255$ МэВ; $p'_{\mathrm{f}} = \dfrac{m_e c}{2} = 1{,}37 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

5.1.6. $U_0 = \dfrac{(\eta - 1)hc}{e\eta\Delta\lambda} = 15{,}9$ кВ.

5.2.1. $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2kMT}} = 126$ пм – рентгеновский диапазон.

5.2.2. $U_{З\,min} = \dfrac{1}{e}\left(\dfrac{hc}{\lambda} - A\right) = 3{,}9$ В.

5.2.3. $\rho = \dfrac{4E(1+\rho)}{\pi c d^2 \tau} = 4{,}9$ МПа = 49 атм.

5.2.4. $\varepsilon'_{\text{f}} = \dfrac{\varepsilon_{\text{f}}}{1 + \dfrac{2\varepsilon_{\text{f}}}{m_e c^2}\sin^2\dfrac{\theta}{2}} = 0{,}144$ МэВ.

5.2.5. $\lambda = \dfrac{2h}{m_e c(\eta - 1)}\left(\sin^2\dfrac{\theta_2}{2} - \eta\sin^2\dfrac{\theta_1}{2}\right) = 1{,}21$ пм.

5.2.6. $\lambda_{min} = \dfrac{h\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}{m_e c\left(1-\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{c^2}}\right)} = 2{,}7$ пм.

5.3.1. $< I > = \dfrac{P\lambda}{4\pi c h r^2} = 2{,}94\cdot 10^{18}$ м$^{-2}\cdot$с$^{-1}$. **5.3.2.** $\varphi = \dfrac{1}{e}\left(\dfrac{hc}{\lambda} - A\right) = 2{,}46$ В.

5.3.3. $\Delta p = \dfrac{E}{c}(1+\rho) = 4\cdot 10^{-8}$ Н·с. **5.3.4.** $\theta = 2\arcsin\sqrt{\dfrac{m_e c(p_{\text{f}} - p'_{\text{f}})}{2 p_{\text{f}} p'_{\text{f}}}} = 120°$.

5.3.5. а) $\Delta\lambda = \lambda_C = 2{,}43$ пм; б) $W_e = \dfrac{hc\Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} = 6{,}7$ кэВ;

в) $p_e = h\dfrac{\sqrt{\lambda^2 + (\lambda + \Delta\lambda)^2}}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} = 4{,}44\cdot 10^{-23}$ кг·м/с.

5.3.6. $U = \dfrac{hc}{2ed\sin\theta} = 31$ кВ. **5.4.1.** $r = \dfrac{1}{2c}\sqrt{\dfrac{P\lambda}{\pi h n}} = 8{,}87$ м.

5.4.2. $\mathrm{v}_{max} = c\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{2m_e c\lambda}{h}}}{1+\dfrac{m_e c\lambda}{h}} = 2{,}87\cdot 10^8$ м/с.

5.4.3. $p = \dfrac{\varepsilon_f}{c} + \sqrt{2m_e(\varepsilon_f - A)} = 1{,}25 \cdot 10^{-24}$ кг · м/с.

5.4.4. $\alpha = 2\arcsin\dfrac{E}{cm\sqrt{gl}} = 30'$. **5.4.5.** $\lambda = \dfrac{h}{m_e c}\left(\sqrt{1 + \dfrac{2m_e c^2}{W_{max}}} - 1\right) = 3{,}7$ пм.

5.4.6. $U = \dfrac{3hc}{2e\lambda_{max}} = 35$ кВ.

Занятие 6

6.1.1. а) $\lambda_Б = 2 \cdot 10^{-14}$ м; б) $\lambda_Б = 2{,}8 \cdot 10^{-11}$ м.

6.1.2. $\Delta x = \dfrac{2Lh}{bm\mathrm{v}} = 1{,}46$ мм. **6.1.3.** $\Delta \mathrm{v} \geq 31{,}5$ м/с.

6.1.4. $E_2 = \dfrac{\pi^2 \hbar^2 n_2^2}{2mL^2} = 9{,}43$ эВ, $\lambda = \dfrac{4mcL^2}{\pi\hbar(n_4^2 - n_2^2)} = 44$ нм.

6.1.5. $P = 0{,}198$. **6.1.6.** $\Delta\varphi_{He^+} = 54$ В; $\Delta\varphi_{Li^{++}} = 122$ В. **6.2.1.** $\mathrm{v} = \dfrac{c}{\sqrt{2}}$.

6.2.2. $\mathrm{v} = \dfrac{2Lh}{\sqrt{(m_0 b\Delta x)^2 + \left(\dfrac{2Lh}{c}\right)^2}} = 2 \cdot 10^6\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

6.2.3. а) $\Delta x \geq 6 \cdot 10^{-3}$ м; б) $\Delta x \geq 5 \cdot 10^{-17}$ м; в) $\Delta x \geq 5 \cdot 10^{-29}$ м.

6.2.4. $L = \pi\hbar\sqrt{\dfrac{3}{2m\Delta E}} = 10{,}6$ Å. **6.2.5.** $D \sim \left\{-\dfrac{4L\sqrt{2m}}{3\hbar U_0}(U_0 - E)^{3/2}\right\}$.

6.2.6. $Li\ (Z = 3)$. **6.3.1.** $\Delta E = \dfrac{(N^2 - 1)h}{2m\lambda_Б^2} = 11{,}3$ кэВ.

6.3.2. $U = \dfrac{h^2}{8med^4 \sin^2\theta} = 400$ В. **6.3.3.** $\Delta E \geq 3 \cdot 10^{-8}$ эВ. **6.3.4.** $P = 0{,}091$.

6.3.5. $\alpha = \dfrac{m\omega}{2\hbar}$; $E = \dfrac{\hbar\omega}{2}$, где $\omega = \sqrt{\dfrac{\kappa}{m}}$. **6.3.6.** $n = \left[1 - \dfrac{c(\lambda_1 + \lambda_2)}{R_\infty Z^2 \lambda_1 \lambda_2}\right]^{-\frac{1}{2}} = 5$.

6.4.1. $\lambda = \dfrac{\lambda_{min}}{\sqrt{1 + \dfrac{2me\lambda_{min}}{\hbar}}} = 3{,}3$ пм. **6.4.2.** $\Delta x = \dfrac{hL}{d\sqrt{2mE_k}} = 7{,}4$ мкм.

6.4.3. $\Delta E_k \geq \dfrac{\hbar}{2L}\sqrt{\dfrac{2E_k}{m}}$, $\Delta E_k \geq 4 \cdot 10^{-4}$ эВ. **6.4.4.** $F = \dfrac{\pi^2 \hbar^2}{mL^3} = 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ Н.

6.4.5. $D \sim exp\left\{-\dfrac{\pi L}{\hbar}\sqrt{\dfrac{2m}{U_0}}\left(U_0 - E\right)\right\}$. **6.4.6.** $\text{v} = \dfrac{3R_\infty h}{4m\left({}^1H\right)} = 3{,}26$ м/с.

Занятие 7

7.1.1. $\omega_{зв} = 8$ МэВ/нуклон. **7.1.2.** $N = 29$. **7.1.3.** $n = 10$. **7.1.4.** $N = 8$.

7.1.5. $Q = \dfrac{mN_A\,\varepsilon_k}{\mu\left({}^{210}Po\right)}\left(1 - \dfrac{1}{e}\right) = 1{,}57$ МДж.

7.1.6. $t = \dfrac{X_{доп}\,r_2^2}{\dot{X} r_1^2} = 4{,}5$ мин.

7.2.1. $Q = 0{,}575$ ТДж; $m \approx 19{,}2$ т. **7.2.2.** $N = 9$. **7.2.3.** ${}^{94}_{38}Sr$.

7.2.4. $I = \dfrac{A\varepsilon n}{4\pi r^2} = 0{,}6$ Вт/м^2. **7.2.5.** $V = \dfrac{A_0}{A} e^{-\frac{ln 2}{T}t} = 5{,}95$ л.

7.2.6. а) $l_1 = 50$ см; б) $l_2 = 2{,}4 \cdot 10^2$ см; в) $l_3 = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ см.

7.3.1. $\varepsilon = \dfrac{mN_A\,\varepsilon_0}{\mu\left({}^{235}U\right)} = 8{,}2 \cdot 10^{13}$ Дж; $m = \dfrac{\varepsilon}{q} = 2{,}73 \cdot 10^6$ кг.

7.3.2. $^{60}_{28}Ni$. **7.3.3.** $\dfrac{A}{A_0} = 0{,}71$. **7.3.4.** $r_2 = r_1\sqrt{\dfrac{\dot{X}\,t}{X_{доп}}} = 6$ м.

7.3.5. а) $l_1 = 6{,}5 \cdot 10^{-2}$ мм; б) $l_1 = 5{,}1$ мм; $l_3 = 4{,}4$ м.

7.3.6. $t = T\dfrac{ln 3}{ln 2} = 9082$ года. **7.4.1.** $t = -\dfrac{T}{ln 2} ln\left(1 - \dfrac{A}{q}\right) = 9{,}5$ сут.

7.4.2. $N_A = \dfrac{p_0 V \mu\left({}^{226}Ra\right) T}{ln 2\, k\, m\, t\, T_0} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

7.4.3. $\dfrac{\Delta A}{A_0} = 1 - e^{-\frac{ln 2}{T}t} = 25$ %.

7.4.4. $X = \dfrac{2q\,t_2}{\rho V\,t_1} = 83$ мкР. **7.4.5.** $m = \dfrac{P\,t\,\mu\left({}^{235}U\right)}{\eta\,\varepsilon_0\,N_A} = 31$ г.

7.4.6. $t = -T\dfrac{ln k}{ln 2} = 4223$ года.

Библиографический список

Беликов, Б.С. Решение задач по физике. Общие методы [Текст] / Б.С. Беликов. – М.: Высш. шк., 1986. – 256 с.

Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики [Текст] / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1990. – 398 с.

ДСТУ 3651.1-97 Метрологія. Одиниці фізичних величин. Похідні одиниці фізичних величин Міжнародної системи одиниць та позасистемні одиниці. Основні поняття, назви та позначення. – Введено вперше зі скасуванням в Україні ГОСТ 8.417-81; чинний з 09.10.1997. – К.: Держстандарт України, 1998. – 76 с.

Загальна фізика [Текст]: зб. задач / за ред. І.Т. Горбачука. – К.: Вища шк., 1993. – 360 с.

Иродов, И.Е. Задачи по общей физике [Текст] / И.Е. Иродов. – 2-е изд. – М.: Наука, 1988. – 416 с.

Mohr, P.J. The 2010 CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants (Web Version 6.0) [Электронный ресурс]// P.J. Mohr, B.N. Taylor, D.B. Newell; developed by J. Baker, M. Douma, S. Kotochigova. – National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD 20899, 2011 – Режим доступа: http://physics.nist.gov/constants.

Савельев, И.В. Курс общей физики [Текст]: учеб. пособие для втузов: в 5 т. / И.В. Савельев. – М.: Астрель, АСТ, 2002. – Т. 4: Волны. Оптика. – 256 с.

Савельев, И.В. Курс общей физики [Текст]: учеб. пособие для втузов: в 5 т. /И.В. Савельев. – М.: Астрель, АСТ, 2002. – Т. 5: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 368 с.

Савельев, И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике [Текст] / И.В. Савельев. – 2-е изд. – М.: Наука, 1988. – 288 с.

Сборник качественных вопросов и задач по общей физике [Текст]: учеб. пособие для втузов / Е.И. Бабаджан, В.И. Гервидс, В.М. Дубовик, Э.А. Некресов. – М.: Наука, 1990. – 400 с.

Сена, Л.А. Единицы физических величин и их размерности [Текст] / Л.А. Сена. – 3-е изд. - М.: Наука, 1988. – 432 с.

Физика. Тесты, примеры и методика решения задач [Текст]: учеб. пособие для самост. работы / Н.И. Глущенко, О.И. Петрова, А.А. Таран и др. – 3-е изд. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2010. – 204 с.

Хвильова і квантова оптика. Основи квантової механіки та фізики ядра [Текст]: навч. посіб. до практ. занять / В.Г. Падалка, А.О. Таран, А.В. Попов, М.І. Глущенко. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 1996. – 68 с.

Чертов, А.Г. Задачник по физике [Текст]: учеб. пособие / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – 5-е изд. – М.: Высш. шк., 1988 – 526 с.

Содержание

Навчальне видання

Воронович Даніїл Олександрович
Глущенко Микола Іванович
Петрова Ольга Іванівна
Таран Анатолій Олексійович
Вармінський Михайло Володимирович

ХВИЛЬОВА І КВАНТОВА ОПТИКА. ОСНОВИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ ТА ФІЗИКИ ЯДРА

(Російською мовою)

Редактор А.М. Ємленінова

Зв. план, 2012
Підписано до друку 18.06.2012
Формат 60x84 1/16. Папір офс. № 2. Офс. друк
Ум. друк. арк. 4 . Обл.-вид. арк. 4,5 . Наклад 600 пр.
Замовлення 179 . Ціна вільна

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
http:// www.khai.edu
Видавничий центр «ХАІ»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu

Свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001