МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра механики

ИНЖЕНЕРНЫЙ АНАЛИЗ В ANSYS WORKBENCH ЧАСТЬ I

Учебное пособие

ИНЖЕНЕРНЫЙ АНАЛИЗ В ANSYS WORKBENCH ЧАСТЬ I

Учебное пособие

Самара Самарский государственный технический университет 2010

Самара Самарский государственный технический университет 2010

УДК 004.9(03)

Б 89

Бруяка В.А.

Б 89 Инженерный анализ в ANSYS Workbench: Учеб. пособ. / В.А. Бруяка, В.Г. Фокин, Е.А. Солдусова, Н.А. Глазунова, И.Е. Адеянов. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2010. – 271 с.: ил.

ISBN 978-5-7964-1392-0

В учебном пособии изложены основы работы с модулями платформы ANSYS Workbench (версия 12.1). В доступной форме изложены основы метода конечных элементов, рассмотрены вопросы плоского и трехмерного моделирования, генерации конечно-элементных сеток, задания свойств материалов, начальных и граничных условий, настроек решателя.

Для студентов высших технических учебных заведений, изучающих курс «Численные методы», а также специалистов в области машиностроения.

УДК 004.9(03) Б 89

Рецензент зав. кафедрой математического моделирования в механике СамГУ, д-р техн. наук, профессор *Н.И. Клюев*

ISBN 978-5-7964-1392-0

© Авторы, 2010

© Самарский государственный технический университет, 2010

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	7
 1.1. Введение 1.2. Основные понятия МКЭ 	7 8
1.3. Интерполяция искомой функции с помощью функции формы	12
1.4. Уравнения жесткости конечного элемента	14
1.5. Разрешающие уравнения МКЭ. Граничные и начальные условия	16
1.6. Решение уравнений МКЭ	20
1.7. Анализ результатов решения	22
1.8. Применение МКЭ для расчета фермы	24
1.9. Применение МКЭ для расчета плоского напряженного состояния пластины	32
1.10. Применение МКЭ для решения задачи теплопроводности	42
1.10.1. Случай одномерной нестационарной задачи теплопроводности	49
1.10.2. Случай двумерной нестационарной задачи теплопроводности	51
1.10.3. Примеры решения задачи о распространении тепла в стержне	53
1.11. Реализация МКЭ в пакете ANSYS	57
Вопросы для самопроверки и практические задания	60
2. OCHOBЫ PAБOTЫ B ANSYS WORKBENCH	61
2.1. Графический интерфейс Workbench	62
2.2. Работа с проектом в Workbench	67
Вопросы для самопроверки и практические задания	73
3. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	74
3.1. Графический интерфейс модуля Design Modeler	75
3.2. Создание эскиза геометрической модели	81
3.2.1. Инструменты рисования	86
3.2.2. Инструменты редактирования эскиза	88
3.2.3. Задание ограничений и связей между объектами	92
3.2.4. Задание размерных параметров эскиза	95
3.3. Создание объемных моделей	99
3.3.1. Простейшие операции моделирования	99
3.3.2. Операции с объемными моделями	110
3.3.3. Дополнительные инструменты моделирования	123
3.4. Управление элементами в дереве построения	130
3.5. Параметризация геометрической модели	132
Вопросы для самопроверки и практические задания	136

4. УПРАВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛАМИ И ИХ СВОЙСТВАМИ	138
4.1. Графический интерфейс модуля управления материалами	138
4.2. Работа с источниками данных	144
4.3. Работа с материалами и их свойствами	147
4.4. Использование пластичных материалов	157
4.4.1. Задание пластических свойств материала	162
4.5. Задание свойств гиперупругих материалов	164
Вопросы для самопроверки и практические задания	170
5. ГЕНЕРАЦИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ СЕТКИ	171
5.1. Порядок разбиения	171
5.2. Общие настройки генератора сеток	174
5.3. Работа с меню Mesh Control	181
5.3.1. Контроль формы элементов	181
5.3.2. Локальное изменение сетки	189
5.3.3. Плотность сетки в контактной области	195
5.3.4. Команда Refinement	195
5.3.5. Генерация регулярной сетки по разметке	198
5.3.6. Сетка на сочетающихся поверхностях	201
5.4. Просмотр сетки конечных элементов	202
5.5. Ошибки при генерации сетки	204
5.6. Работа с виртуальной топологией	204
5.7. Соответствие команд изменения сетки в модуле симуляции Mechanical и ANSYS	208
Вопросы для самопроверки и практические задания	209
6. НАГРУЗКИ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ. НАСТРОЙКА РЕШАТЕЛЯ	211
6.1. Виды нагрузок и особенности их задания	213
6.1.1. Инерционные нагрузки	218
6.1.2. Конструкционные нагрузки	221
6.2. Граничные условия	234
6.3. Параметры и опции решателя	241
6.3.1. Контроль шагов решения	243
6.3.2. Управление решателем	245
6.3.3. Управление нелинейным решением	247
6.3.4. Управление результатами решения	249
6.3.5. Управление текущим анализом	249
6.3.6. Управление отображением нагрузок	252
Вопросы для самопроверки и практические задания	252
ГЛОССАРИЙ	255

введение

Программный комплекс ANSYS относится к числу лидеров в области CAE-продуктов конечно-элементного анализа и имеет почти сорокалетний опыт в решении прикладных задач численными методами. Первая версия ANSYS, вышедшая в 1970 г., позволяла проводить расчеты напряженно-деформированного состояния конструкций и тепловые расчеты в стационарной постановке, с тех пор возможности программы выросли многократно. Основным направлением развития программного кода ANSYS, определенным его основателем – профессором Джоном Свонсоном (John Swonson), стала реализация многодисциплинарных инженерных расчетов. Это во многом определило политику развития компании ANSYS, Inc., и в настоящее время программный комплекс ANSYS охватывает практически все виды инженерного анализа: от механики деформируемого твердого тела и теплового анализа до гидрогазодинамики и анализа процессов горения, взрыва, тепломассообмена и фазовых переходов, электродинамики.

Начиная с первых версий, в ANSYS постоянно совершенствовался графический интерфейс программы, но при этом основная логика работы в программе не изменялась. Все команды представлялись в основном окне в виде дерева, а построение и редактирование геометрических моделей выполнялось в модуле PREP7. В это же время интенсивно развивались CAD-системы проектирования, предоставляющие пользователю широкие возможности для создания, редактирования и управления геометрическими моделями. Кроме того, обострялась проблема эффективной интеграции отдельных программных кодов того или иного вида инженерного анализа в единую расчетную среду для раскрытия всех возможностей многодисциплинарного связанного анализа. Учитывая эти тенденции, фирма ANSYS, Inc., начиная с 10-той версии продукта, предлагает новую платформу Workbench, которая реализует современный графический интерфейс и позволяет эффективно управлять отдельными модулями и продуктами ANSYS.

Для геометрического моделирования в эту платформу встроен новый модуль Design Modeler, реализованный на базе ядра Parasolid. Модуль симуляции Mechanical обеспечивает пользователя необходимыми инструментами моделирования. САЕ-системы, приобретенные фирмой ANSYS, Inc. за последние годы, такие как CFX, FLUENT, AUTODYN и др., удобно интегрированы в Workbench и могут использоваться для решения связанных задач. С помощью Workbench практически весь комплекс программных продуктов ANSYS может быть объединен с мощными CAD-системами, такими как SolidWorks, Unigraphics, Inventor и др., в единую расчетно-проектировочную среду. На базе Workbench реализованы инструменты для обмена и эффективного управления расчетными данными пользователей (ANSYS EKM).

Программа ANSYS, как и многие другие САЕ-продукты, для математического моделирования различных физических процессов использует метод конечных элементов. Этот метод сочетает в себе универсальность алгоритмов решения различных краевых задач с эффективностью компьютерной реализации вычислений. Работа с пакетом ANSYS предполагает наличие у пользователя хотя бы базовых знаний в области метода конечных элементов. Необходимый минимум таких знаний представлен в первой главе пособия. В последующих главах рассматриваются особенности работы с Workbench (глава 2) и отдельные этапы инженерного анализа, такие как: геометрическое моделирование (глава 3), работа с материалами (глава 4), создание конечно-элементных сеток (глава 5), задание нагрузок и граничных условий (глава 6).

Пособие написали: В.А. Бруяка (введение, главы 2 и 3, общая редакция), В.Г. Фокин (глава 1), Е.А. Солдусова (глава 5), Н.А. Глазунова (глава 6), И.Е. Адеянов (глава 4).

1. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

1.1. ВВЕДЕНИЕ

Метод конечных элементов (МКЭ) позволяет приближённо численно решать широкий спектр физических проблем [5], которые математически формулируются в виде системы дифференциальных уравнений или в вариационной постановке. Этот метод можно использовать для анализа напряжённо деформированного состояния конструкций, для термического анализа, для решения гидрогазодинамических задач и задач электродинамики. Могут решаться и связанные задачи.

Историческими предшественниками МКЭ были различные методы строительной механики и механики деформируемого твёрдого тела, использующие дискретизацию, в частности, метод сил и метод перемещений [3]. Основные идеи и процедуры МКЭ впервые были использованы Курантом [12] в 1943 г. при решении задачи о кручении стержня. Но только с 50-х годов началось активное практическое применение МКЭ, сначала в области авиации и космонавтики, а затем и в других направлениях. Термин «конечные элементы» (КЭ) ввёл в 1960 году Клаф [11]. Развитию этого метода способствовало совершенствование цифровых электронных вычислительных машин.

Область применения МКЭ значительно расширилась, когда для его обоснования стали применяться методы взвешенных невязок – Галёркина и наименьших квадратов [6, 8]. МКЭ превратился в универсальный способ решения дифференциальных уравнений.

Данная глава содержит сведения об основных идеях МКЭ применительно к задачам деформирования и теплопроводности твёрдых тел. Для более детального изучения МКЭ рекомендуется обращаться к дополнительным источникам (см. библиографический список). Среди русскоязычных публикаций по методу конечных элементов можно выделить книги [1], [3], [5 – 10].

1.2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МКЭ

Исходным объектом для применения МКЭ является материальное тело (в общем случае – область, занимаемая сплошной средой или полем), которое разбивается на части – конечные элементы (КЭ) (рис. 1.1). В результате разбивки создаётся *сетка* из границ элементов. Точки пересечения этих границ образуют *узлы*. На границах и внутри элементов могут быть созданы дополнительные узловые точки. Ансамбль из всех конечных элементов и узлов является основной конечно-элементной моделью деформируемого тела. Дискретная модель должна максимально полно покрывать область исследуемого объекта.



Puc. 1.1

Выбор типа, формы и размера конечного элемента зависит от формы тела и вида напряжённо-деформированного состояния. Стержневой КЭ применяется для моделирования одноосного напряжённого состояния при растяжении (сжатии), а также в задачах о кручении или изгибе. Плоский двумерный КЭ в виде, например, треугольной или четырёхугольной пластины используется для моделирования плоского напряжённого или плоского деформированного состояния. Объёмный трёхмерный КЭ в виде, например, тетраэдра, шестигранника или призмы служит для анализа объёмного напряжённого состояния. КЭ в форме кольца применяется в случае осесимметричного напряжённого состояния. Для расчёта изгиба пластины берётся соответствующий плоский КЭ, а для расчёта оболочки используется оболочечный КЭ или также изгибаемый плоский элемент. В тех зонах деформируемого тела, где ожидаются большие градиенты напряжений, нужно применять более мелкие КЭ или элементы большего порядка.

Конечные элементы наделяются различными свойствами, которые задаются с помощью констант и опций. Например, для стержневого ферменного КЭ указывается площадь поперечного сечения, а если моделируется трос, работающий только на растяжение, то назначается соответствующая опция. Для плоских несгибаемых КЭ может указываться толщина и задаваться вид напряжённого состояния: плоское напряжённое, плоское деформированное или осесимметричное. Для плоских изгибаемых и оболочечных КЭ должна задаваться толщина.

Все элементы и узлы нумеруются. Нумерация узлов бывает общей (глобальной) для всей конечно-элементной модели и местной (локальной) внутри элементов. Нумерацию элементов и общую нумерацию узлов желательно производить так, чтобы трудоёмкость вычислений была наименьшей. Существуют алгоритмы оптимизации этой нумерации. Должны быть определены массивы связей между номерами элементов и общими номерами узлов, а также между местными и общими номерами узлов.

Для расчета полей различных физических величин с помощью МКЭ в рассматриваемой области необходимо определить *материалы* элементов и задать их свойства. В задачах деформирования, прежде всего, нужно указать упругие свойства – модуль упругости и коэффициент Пуассона. Если предполагается пластическое течение, то необходимо задать истинные диаграммы деформирования, которые аппроксимируются билинейными или мультилинейными кривыми. Когда тело неравномерно нагрето, указанные выше механические свойства требуется задать для ряда температур и, кроме того, нужно ввести коэффициент теплового расширения. Для динамических задач необходимо определить плотность материала и, возможно, коэффициент вязкого демпфирования.

В стационарных задачах теплопроводности для выбранного материала тела должен быть задан коэффициент теплопроводности. При нестационарной теплопроводности нужно дополнительно знать плотность материала и его теплоёмкость. Если рассматривается нелинейная задача теплопроводности, то указанные физические свойства требуется определять как функции температуры.

Состояние тела характеризуется конечным числом независимых параметров, определённых в узлах конечно-элементной сетки. Такие параметры называются *степенями свободы*. В рассматриваемых ниже деформационных задачах в качестве степеней свободы применяются перемещения узлов, среди компонентов которых могут быть и угловые перемещения. В задачах теплопроводности степенями свободы являются температуры узлов.

Координаты узлов, перемещения узлов и произвольных точек элементов, силы и другие объекты могут определяться в различных *системах отсчёта* (системах координат). В алгоритме МКЭ используются общая (глобальная) система координат, привязанная ко всей конечно-элементной модели (см. рис. 1.1), и местные (локальные) системы координат, связанные с конкретными конечными элементами, в силу чего их называют элементными системами отсчёта. Переход от одной системы отсчёта к другой производится с помощью матриц преобразования.

В деформационной задаче число степеней свободы одного узла зависит от типа задачи и от системы отсчёта. На рис. 1.1 показан узел *i*, имеющий в общей системе координат *x*, *y*, *z* три степени свободы, составляющих узловой вектор степеней свободы (перемещений). В общей системе координат этот вектор может быть записан в виде

$$\mathbf{U}_{i} = \left\{ U_{i} \right\} = \left\{ \begin{matrix} u_{ix} \\ u_{iy} \\ u_{iz} \end{matrix} \right\}.$$
(1)

Если узел *i* имеет n_i степеней свободы, а конечный элемент включает n_e узлов, то число степеней свободы одного элемента равно $n_e \times n_i$. Число степеней свободы всей модели, имеющей *n* однотипных узлов равно $N = n \times n_i$. Набор всех степеней свободы модели составляет *общий (глобальный) вектор степеней свободы* (то есть узловых перемещений модели), в котором нумерация степеней свободы может быть общей (глобальной) или по номерам узлов с добавлением индекса узловой степени свободы

$$\{U\} = \begin{cases} u_1 \\ \vdots \\ u_q \\ \vdots \\ u_N \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{U}_1 \\ \cdots \\ \mathbf{U}_i \\ \mathbf{U}_n \end{cases}, \qquad (2)$$

где $\{\mathbf{U}_i\}$ -подматрица, составленная из всех n_i компонентов перемещения узла *i*. В частности, для трёхмерной задачи при использовании общей декартовой системы координат *x*, *y*, *z* эта подматрица является вектором перемещений узла (1). Переход от узловой нумерации к общей очевиден. Например, для рассмотренного выше случая трёх степеней свободы в узле формулы преобразования имеют следующий вид: $u_{ix} = u_{3i-2}, u_{iy} = u_{3i-1}, u_{iz} = u_{3i}$.

Для тепловой задачи один узел с глобальным номером *i* имеет одну степень свободы – температуру *T_i*. Общий (глобальный) вектор степеней свободы в этом случае имеет вид

$$\{T\} = \begin{cases} T_1 \\ \vdots \\ T_n \end{cases}.$$
(3)



Рассмотрим процедуру интерполяции поля перемещений на примере одномерной задачи деформирования стержня *AB*, показанного на рис. 1.2. Интерполирование может выполняться с помощью множества кусочнонепрерывных функций, называемых *функциями формы*. Каждая функция формы отлична от нуля

только в области одного «своего» конечного элемента, равна единице в одном узле этого элемента и равна нулю во всех других узлах. Такой выбор интерполирующих функций позволяет рассчитывать вектор перемещения произвольной точки элемента $u_e(x)$ через вектор узловых перемещений элемента $\{U\}_e$ в виде сумм

$$u_e(x) = [N(x)]_e \{U\}_e, \qquad (4)$$

где x – координата, определяющая положение точки в элементе, $[N(x)]_e$ – матрица функций формы элемента.

Разобьём стержень *AB* на два элемента с узлами 1-2 и 2-3. Узловые значения функции u(x) образуют общий вектор-столбец $\{U\} = \{u_1 \ u_2 \ u_3\}^T$. Для первого элемента интерполирующую функцию примем в виде полинома первой степени, то есть в виде линейной зависимости

$$u_1(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x. \tag{5}$$

В узлах первого элемента зависимость (5) даст два равенства:

$$u_1 = \alpha_1 + \alpha_2 x_1, \quad u_2 = \alpha_1 + \alpha_2 x_2.$$
 (6)

Из равенств (6) найдём коэффициенты α_1 , α_2 и подставим их в (5). Получим

$$u_1(x) = [N]_1 \{u\}_1,$$
 (7)

где $\begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} N_1^1 & N_2^1 \end{bmatrix}_1$ – матрица функций формы для первого элемента.

Функции формы первого элемента:

$$N_1^1 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}, \quad N_2^1 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$
 (8)

Заметим, что для функций формы в узлах справедливы соотношения

$$N_1^1(x_1) = 1, \ N_1^1(x_2) = 0, \ N_2^1(x_1) = 0, \ N_2^1(x_2) = 1, \ N_1^1 + N_2^1 = 1.$$
 (9)

Аналогично выражаются перемещения второго элемента:

$$u_{2}(x) = [N]_{2} \{u\}_{2},$$
(10)

где $\{u\}_2 = \begin{cases} u_2 \\ u_3 \end{cases}$, $[N]_2 = [N_2^2 \quad N_3^2]_2$ – матрица функций формы второго

элемента.

Функции формы второго элемента:

$$N_2^2 = \frac{x_3 - x}{x_3 - x_2}, \quad N_3^2 = \frac{x - x_2}{x_3 - x_2}.$$
 (11)

На общей границе элементов в узле 2 аппроксимирующая функция остаётся непрерывной благодаря равенству $u_1(x_2) = u_2(x_2) = u_2$.

Таким образом, для одномерных конечных элементов построены линейные функции формы. Конечные элементы с линейной аппроксимацией называются элементами первого порядка или симплексэлементами.

Представим весь стержень AB как один одномерный конечный элемент с тремя узлами. Тогда для аппроксимации функции u(x) можно использовать полином второй степени:

$$u(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2.$$
(12)

Преобразования, аналогичные вышеприведенным, дают выражение

$$u(x) = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \end{bmatrix} \{ u \},$$
(13)

где

$$N_1 = \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}, N_2 = \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)}, N_3 = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} - \text{квад-$$

ратичные функции формы.

Элемент, для которого используется функция формы в виде многочлена второй степени, называется одномерным квадратичным, или одномерным элементом второго порядка. Обобщая рассмотренные примеры, видим, что степень полиномов, используемых в качестве функций формы, определяет порядок конечного элемента. Выбор порядка аппроксимации накладывает определённые условия на количество узлов элемента.

Для многих типов конечных элементов функции формы и другие соотношения МКЭ эффективно определяются в местных (элементных) естественных системах координат [5]. Связь между такими местными координатами и общими декартовыми координатами осуществляется с помощью некоторых отображающих функций.

В задачах теплопроводности аппроксимация искомого температурного поля с помощью функций формы производится аналогично.

1.4. УРАВНЕНИЯ ЖЕСТКОСТИ КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА

Рассмотрим сначала линейно-упругую задачу деформирования твёрдого тела при малых деформациях и малых перемещениях. Принимается, что конечные элементы взаимодействуют только через общие узлы. Внутренние распределённые силы, действующие по границам элемента e, заменяются статически эквивалентными узловыми силами, составляющими вектор узловых сил элемента $\{F\}_e$. Внешние распределённые массовые и поверхностные силы, действующие на конечный элемент, приводятся к статически или энергетически эквивалентными узловым силам, образующим соответственно векторы $\{P\}_e^g$ и $\{P\}_e^q$. К эквивалентным узловым силам приводятся также силы инерции (как массовые силы), начальные деформации, в том числе температурные деформации (вектор $\{P\}_e^{\varepsilon_0}$), начальные напряжения

(вектор $\{P\}_e^{\sigma_0}$).

Матричное уравнение жёсткости элемента имеет вид

$$[K]_{e}\{U\}_{e} = \{F\}_{e} + \{P\}_{e}^{q} + \{P\}_{e}^{g} + \{P\}_{e}^{g} + \{P\}_{e}^{\varepsilon_{0}} + \{P\}_{e}^{\varepsilon_{0}}, \qquad (14)$$

где $[K]_{e}$ – матрица жесткости элемента, состоящая из коэффициентов жесткости, $\{U\}_{e}$ – вектор узловых перемещений элемента.

Обоснование уравнения (14) может быть выполнено с помощью теории упругости или сопротивления материалов, но такой подход имеет ряд недостатков [3]. Более эффективными и во многих случаях более корректными способами обоснования уравнений жёсткости элементов являются вариационные методы и методы невязок [1 – 9].

Заметим, что вариационные методы позволяют получать общую систему уравнений равновесия всей модели без введения узловых сил $\{F\}_e$, то есть без предположения о взаимодействии элементов только через узлы и без составления соотношений (14) для жёсткости элементов. Однако в вычислительном процессе МКЭ удобно вначале определять матрицы элементов $[K]_e$, $\{P\}_e^g$, $\{P\}_e^g$, $\{P\}_e^{\sigma_0}$, $\{P\}_e^{\sigma_0}$, а затем из них собирать общие матрицы системы уравнений равновесия модели по стандартным правилам суммирования компонентов матриц с одинаковыми индексами.

Если задача деформирования динамическая, то, на основании принципа Даламбера, в уравнения (14) добавляются узловые силы, эквивалентные массовым силам инерции, зависящим от ускорения. Демпфирование учитывается эквивалентными объёмными силами вязкого сопротивления, пропорциональными скорости. В результате получается дифференциальное матричное уравнение

$$[m]_{e} \frac{d^{2}}{dt^{2}} \{U\}_{e} + [C]_{e} \frac{d}{dt} \{U\}_{e} + [K]_{e} \{U\}_{e} = \{F\}_{e}, \qquad (15)$$

где $[C]_{e}$ -матрица демпфирования элемента, зависящая от коэффициента вязкого демпфирования μ ; $[m]_{e}$ -матрица масс элемента, зависящая от плотности материала элемента ρ . Обоснование МКЭ для тепловых задач обычно проводится или путём минимизации соответствующего функционала, или способом Галёркина. Для конечного элемента в случае стационарной теплопроводности получается соотношение, подобное (14):

$$[K]_{e} \{T\}_{e} = \{Q\}_{e} + \{Q\}_{e}^{q} + \{Q\}_{e}^{s} + \{Q\}_{e}^{s}, \qquad (16)$$

где $[K]_e$ -матрица теплопроводности элемента; $\{T\}_e$ -вектор узловых температур элемента; $\{Q\}_e$ -условные узловые тепловые нагрузки элемента от других элементов; $\{Q\}_e^q, \{Q\}_e^g, \{Q\}_e^h$ -векторы узловых тепловых нагрузок элемента, эквивалентных соответственно поверхностному тепловому потоку, тепловым потокам от внутренних теплоисточников и от конвективной теплопередачи.

При нестационарной теплопроводности необходимо добавить слагаемое, учитывающее накопление тепла в материале. В результате получается дифференциальное матричное уравнение

$$\left[C\right]_{e}\frac{\partial}{\partial t}\left\{T\right\}_{e}+\left[K\right]_{e}\left\{T\right\}_{e}=\left\{Q\right\}_{e}+\left\{Q\right\}_{e}^{q}+\left\{Q\right\}_{e}^{g}+\left\{Q\right\}_{e}^{b},\qquad(17)$$

где $[C]_{c}$ – матрица теплоёмкости элемента.

1.5. РАЗРЕШАЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ МКЭ. ГРАНИЧНЫЕ И НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Из условий равновесия узлов или с помощью вариационных принципов, а также методов невязок, применяемых ко всей конечноэлементной модели, составляется общая система уравнений равновесия всей конечно-элементной модели исследуемого деформируемого тела. Для статических задач она имеет вид

$$[K]{U} = {P} + {P}^{q} + {P}^{s} + {P}^{s_{0}} + {P}^{\sigma_{0}}, \qquad (18)$$

где [K]-общая (глобальная) матрица жесткости конечно-элементной модели; $\{P\}$ -общий вектор заданных внешних узловых сил; $\{P\}^{q}$, $\{P\}^{g}$, $\{P\}^{s_{0}}$, $\{P\}^{\sigma_{0}}$ -общие (глобальные) векторы узловых сил, экви-

валентных распределённым поверхностным и массовым силам, начальным деформациям, начальным напряжениям.

Компоненты матрицы [K] являются коэффициентами жёсткости модели. Они вычисляются путём суммирования соответствующих коэффициентов жёсткости конечных элементов (подробнее см. п. 1.8 и 1.9). Матрица жёсткости [K] для конечно-элементной модели обладает симметрией, имеет ленточную структуру и редкое заполнение.

Общий вектор заданных внешних узловых сил $\{P\}$ можно представить в виде

$$\{P\} = \begin{cases} P_1 \\ \vdots \\ P_s \\ \vdots \\ P_N \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_i \\ \mathbf{P}_i \\ \mathbf{P}_n \end{cases},$$
(19)

где $\mathbf{P}_{i} = \{P_{i}\}$ – подматрица из n_{i} компонентов силы, приложенной в узле *i*. Для трехмерной задачи будем иметь $\{P_{i}\} = \{P_{ix} \ P_{iy} \ P_{iz}\}^{T}$. Как видно из выражения (19), индексация компонентов может быть или по общим номерам степеней свободы модели или по общим номерам узлов с добавлением индекса узловой степени свободы, как у общего вектора узловых перемещений (2).

Общие (глобальные) векторы узловых сил $\{P\}^{q}$, $\{P\}^{s}$, $\{P\}^{s_{0}}$, $\{P\}^{\sigma_{0}}$ собираются из компонентов соответствующих элементных векторов. Их структура такая же, как у вектора $\{P\}$.

В динамических задачах на основании принципа Даламбера в уравнения (18) добавляются силы инерции. Так как силы инерции выражаются через ускорения, которые являются вторыми производными от перемещений, то уравнения равновесия (18) превращаются в общие (глобальные) дифференциальные уравнения движения, в которых внешние силы могут быть переменными:

$$[m]\frac{d^{2}}{dt^{2}}\{U\} + [C]\frac{d}{dt}\{U\} + [K]\{U\} = \{P(t)\} + \{P^{q}(t)\} + \{P^{s}\}, \quad (20)$$

где [*m*] и [*C*]-общие (глобальные) матрицы масс и демпфирования модели, которые собираются из компонентов соответствующих элементных матриц.

С помощью уравнений (20) выполняются различные виды динамического анализа: модальный анализ, где определяются собственные частоты и формы конструкций; гармонический анализ, где определяется отклик системы на внешнюю периодическую силу с различной частотой; полный анализ динамического процесса, где производится интегрирование дифференциальных уравнений движения.

Разрешающие уравнения стационарной задачи теплопроводности для всей модели можно получить или из условий баланса тепловых потоков в узлах с учётом уравнений (16), или путём минимизации функционала, определённого для всей модели, или методом Галёркина, применённого ко всей модели:

$$[K]{T} = {Q} + {Q}^{g} + {Q}^{g} + {Q}^{h}.$$
(21)

Разрешающие дифференциальные уравнения нестационарной задачи теплопроводности для всей модели получаются аналогично

$$[C]\frac{\partial}{\partial t}\{T\} + [K]\{T\} = \{Q\} + \{Q\}^{q} + \{Q\}^{s} + \{Q\}^{h}.$$
 (22)

Уравнения (21) и (22) являются уравнениями баланса тепловых потоков. Все тепловые нагрузки могут быть нестационарными. Компоненты всех общих матриц определяются путём суммирования соответствующих компонентов с одинаковыми индексами всех элементных матриц.

Силовые граничные условия учитываются глобальными векторами узловых сил $\{P\}$, $\{P\}^q$, составляющими правую часть матричных уравнений (18) и (20). Граничные условия в перемещениях (связи) могут учитываться как при формировании матриц элементов, так и после сборки общих матриц модели. Рассмотрим второй случай, который чаще используется в практике МКЭ. Задание перемещений реализуется через задание узловых перемещений. Это равносильно понижению числа степеней свободы модели и может учитываться путём удаления из общей системы уравнений равновесия уравнений, соответствующих связанным степеням свободы. В результате изменяется размерность матриц разрешающей системы уравнений. Для статических задач чаще применяется другой подход, при котором размерность матриц не изменяется. Заданные перемещения и, в частности, закрепления (нулевые перемещения) учитываются путём преобразования матриц [K] и {P}. Предположим, что задано узловое перемещение $u_q = u$ (в частности $u_q = 0$) для q-той степени свободы. Преобразование матриц может выполняться двумя способами:

– все компоненты *q*-того столбца и *q*-той строки матрицы жесткости [K], кроме диагонального, приравниваются нулю, то есть $K_{sq} = K_{qs} = 0, s \neq q, s, q = 1...N$. Сумма компонентов P_q, P_q^q, P_q^g векторов $\{P\}, \{P\}^q, \{P\}^g$ заменяется произведением $K_{qq}u$, все другие компоненты вектора $\{P\}$ заменяются на разности $P_s - K_{sq}u$;

– диагональный компонент K_{qq} матрицы жесткости [K] умножается на большое число, например $10^8 K_{qq}$. Соответствующая сумма компонентов $P_q + P_q^q + P_q^g$ векторов $\{P\}, \{P\}^q, \{P\}^g$ заменяется на величину $10^8 K_{qq} u$.

В статических задачах задаваемые перемещения (связи) должны исключать возможность перемещения нагруженной конструкции как абсолютно твёрдого тела. Только в этом случае разрешающая система уравнений (18), после учёта граничных условий, будет иметь единственное решение. До учёта связей исходная система (18) имеет линейно зависимые уравнения, определитель её матрицы жёсткости равен нулю, следовательно, матрица жёсткости свободного тела является сингулярной (особенной), и нельзя найти однозначного решения для

18

узловых перемещений. Эта математическая особенность отражает физический факт, что действующие на свободное тело уравновешенные силы в статических задачах не определяют однозначно перемещения из-за неопределённости смещения его как твёрдого тела [5, 7]. Динамические задачи, описываемые уравнениями (20), могут решаться без наложения связей – перемещений.

В задачах теплопроводности граничные условия первого рода – заданные узловые температуры (связи) учитываются так же, как заданные перемещения в деформационной задаче. Граничные условия второго рода – заданные тепловые потоки и граничные условия третьего рода – конвективные потоки учитываются в уравнениях баланса тепловых потоков (21), (22) в правых частях.

Для нестационарных задач должны быть определены начальные условия. В динамических задачах деформирования нужно знать для некоторого начального момента времени начальные положения и начальные скорости всех точек тела. В нестационарной задаче теплопроводности требуется знать для некоторого начального момента времени начальное поле температур.

1.6. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МКЭ

Общая система уравнений равновесия (18), полученная методом конечных элементов для статической линейно-упругой модели тела, является, с математической точки зрения, системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). После учета правильно наложенных связей, не допускающих движения модели как абсолютно твёрдого тела, определитель матрицы жёсткости [K] не равен нулю и, следовательно, существует единственное решение – общий вектор узловых перемещений $\{U\}$. Общая система линейных уравнений стационарной теплопроводности (21) также является СЛАУ, имеющей, после учёта связей, единственное решение. Решение этой системы даёт вектор узловых температур $\{T\}$.

Точность и эффективность различных способов решения СЛАУ (18) и (21) во многом зависит от структуры и свойств матрицы [K]: размера, обусловленности, симметричности, заполненности и др. [2]. Известные алгоритмы решения СЛАУ можно разделить в основном на две группы: прямые методы и итерационные методы [1, 2, 5, 6].

Прямые («точные») методы позволяют получать с помощью конечного числа операций точные значения неизвестных, если коэффициенты и правые части уравнений заданы точно и нет округлений при вычислениях. Среди множества прямых методов наибольшее применение имеют: метод исключения неизвестных Гаусса, метод квадратного корня, а также их разновидности, в частности, фронтальный метод и схема разложения Холецкого.

Итерационные методы характеризуются тем, что вначале задаются некоторыми приближёнными значениями неизвестных. Затем с помощью каких-либо алгоритмов их последовательно уточняют, приближаясь к точному решению. Наиболее часто используются метод прямой итерации, метод Гаусса-Зейделя, метод последовательной верхней релаксации, градиентные методы наискорейшего спуска и сопряжённых градиентов.

Дифференциальные уравнения движения (20) и дифференциальные уравнения нестационарной теплопроводности (22) интегрируются различными численными методами [5]. В результате находятся узловые перемещения или узловые температуры как функции времени. Через них определяются все другие искомые величины так же, как функции времени.

Конечно-элементные модели могут быть нелинейными. Модель деформирования физически нелинейна, если в ней учитывается нелинейное поведение материала – нелинейная упругость, текучесть, ползучесть и др. Геометрическая нелинейность при деформировании обусловлена большими деформациями и большими перемещениями. В нелинейных конечно-элементных моделях теплопроводности физические свойства (теплопроводность, теплоёмкость, коэффициент теплоотдачи и др.) зависят от температуры.

Нелинейные задачи решаются итерационными методами, при этом на каждой итерации рассматриваются квазилинейные уравнения. В практических вычислениях часто применяется метод Ньютона-Рафсона и его модификации [5]. Для нелинейных задач деформирования иногда эффективны методы переменных параметров упругости, начальных деформаций и начальных напряжений. Если в нелинейной задаче важна история нагружения, нужно производить решение малыми шагами нагрузки.

1.7. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РЕШЕНИЯ

В задаче деформирования после определения глобального вектора степеней свободы $\{U\}$ находят элементные векторы узловых перемещений $\{U\}_e$. Через них путём интерполяции с помощью функций формы вычисляются перемещения любых точек элементов. Для стержневых элементов по известным векторам $\{U\}_e$ из уравнений (14) находят вектора $\{F\}_e$, а затем методами сопротивления материалов вычисляют внутренние силы, моменты и напряжения. Для плоских и объёмных элементов, дифференцируя аппроксимирующие функции перемещений внутри элементов, находят деформации и по закону Гука вычисляют напряжения.

Для конечных элементов первого порядка с линейной интерполяцией перемещений величины деформаций и напряжений внутри элементов получаются постоянными, следовательно, на межэлементных границах эти величины будут иметь разрывы. Для квадратичных элементов и элементов более высокого порядка с нелинейной интерполяцией перемещений величины деформаций и напряжений внутри элементов изменяются и вычисляются обычно приближенно. На границах элементов при таком подходе поля деформаций и напряжений имеют конечные разрывы. С целью уточнения результатов вычислений применяют различные способы усреднения. Например, в выбранном узле берут среднюю величину узловых значений напряжений, найденных для всех элементов, примыкающих к этому узлу. Более точные результаты получаются с помощью теории сопряжённой аппроксимации [8, 9].

Реакции опор вычисляют из соответствующих уравнений общей системы (18), взятой до её модификации, учитывающей связи. Используя глобальную нумерацию компонентов векторов узловых сил, можно записать следующую формулу для реакций в опорных узлах:

$$P_{s} = \sum_{q=1}^{N} K_{sq} u_{q} - P_{s}^{g} - P_{s}^{q} .$$
⁽²³⁾

В динамической задаче общий вектор узловых перемещений и все другие указанные выше величины (деформации, напряжения, реакции) находятся как функции времени. В задаче теплопроводности через найденные узловые температуры, используя аппроксимирующие функции формы, можно определить температуру любой точки, градиенты температур и потоки тепла. В нестационарной задаче теплопроводности все указанные выше величины определяются как функции времени.

Более подробно алгоритм метода конечных элементов для механики деформируемого твердого тела изложен в двух нижеследующих пунктах, где рассмотрены задача расчёта ферменной конструкции и задача определения плоского напряжённого состояния пластины. В первом случае используется прямое обоснование разрешающей системы уравнений МКЭ через равновесие узлов. Во втором случае использован вариационный подход. Последний пункт первой главы посвящен обоснованию МКЭ для задач теплопроводности.

22

1.8. ПРИМЕНЕНИЕ МКЭ ДЛЯ РАСЧЕТА ФЕРМЫ

Фермой называется неизменяемая конструкция из прямых стержней, соединённых между собой шарнирами. Силы прикладываются к шарнирам – узлам фермы, закрепления осуществляются также в узлах. Статический расчёт фермы заключается в определении перемещений узлов, реакций опор, усилий в стержнях, напряжений и деформаций стержней.

Рассмотрим ферму, имеющую *n* узлов и *m* стержней, у которой оси стержней и силы лежат в одной плоскости (рис. 1.3). Перемещения также ограничим этой плоскостью; такая ферма называется плоской, или двумерной.





Ферму сразу можно анализировать как конечно-элементную модель. Стержни являются одномерными конечными элементами, а шарнирные соединения – узлами. В качестве степеней свободы возьмём узловые перемещения, которые будем полагать малыми.

Ферменный (одномерный) конечный элемент показан на рис. 1.4. С ним связана местная (локальная) система координат $\overline{x}, \overline{y}$. Общая (глобальная) для всей фермы система координат x, y перенесена параллельным переносом в узел *i*.





Узловые перемещения и узловые силы образуют векторы, которые в местной системе координат можно представить в виде:

$$\left\{\overline{U}\right\}_{e} = \left\{\frac{\overline{u}_{i}}{\overline{u}_{j}}\right\}_{e}, \ \left\{\overline{F}\right\}_{e} = \left\{\frac{\overline{F}_{i}}{\overline{F}_{j}}\right\}_{e}.$$
(24)

Векторы узловых перемещений и узловых сил, как для отдельного элемента, так и для всей модели фермы, в общей системе координат удобно рассматривать как блочные матрицы. Векторы узловых перемещений и сил элемента имеют вид

$$\left\{U\right\}_{e} = \left\{\begin{matrix}\mathbf{U}_{i}\\\mathbf{U}_{j}\end{matrix}\right\}_{e} = \left\{\begin{matrix}u_{ix}\\u_{iy}\\-\cdots\\u_{jx}\\u_{jy}\end{matrix}\right\}_{e}, \quad \left\{F\right\}_{e} = \left\{\begin{matrix}\mathbf{F}_{i}\\\mathbf{F}_{j}\end{matrix}\right\}_{e} = \left\{\begin{matrix}F_{ix}\\F_{iy}\\-\cdots\\F_{jx}\\F_{jy}\end{matrix}\right\}_{e}.$$
 (25)

Общий вектор узловых перемещений и внешних узловых сил фермы:

$$\left\{U\right\} = \begin{cases} \mathbf{U}_{1} \\ \cdots \\ \mathbf{U}_{i} \\ \mathbf{U}_{i} \\ \mathbf{U}_{n} \end{cases}, \left\{P\right\} = \begin{cases} \mathbf{P}_{1} \\ \cdots \\ \mathbf{P}_{i} \\ \mathbf{P}_{i} \\ \mathbf{P}_{n} \end{cases},$$
(26)
$$\Gamma \mathcal{A}\mathbf{e} \ \mathbf{U}_{i} = \left\{U_{i}\right\} = \begin{cases} u_{ix} \\ u_{iy} \\ \mathbf{P}_{i} \end{cases}, \mathbf{P}_{i} = \left\{P_{i}\right\} = \begin{cases} P_{ix} \\ P_{iy} \\ \mathbf{P}_{iy} \end{cases}.$$

Компоненты матриц $\{U\}$ и $\{P\}$ в (26) индексировались по номерам узлов и координатным направлениям. При вычислениях используется также индексация по общим номерам степеней свободы конечно-элементной модели. Переход к такой индексации для случая двумерной задачи производится по правилу: индекс «*ix*» меняется на индекс «*2i*–1», индекс «*iy*» меняется на индекс «*2i*». Тогда общие векторы узловых перемещений фермы и узловых внешних сил, действующих на ферму, будут иметь вид

$$\{U\} = \begin{cases} u_{1} \\ \vdots \\ u_{2i-1} \\ \vdots \\ u_{2i} \\ \vdots \\ u_{2n} \end{cases} = \begin{cases} u_{1} \\ \vdots \\ u_{q-1} \\ \vdots \\ u_{q} \\ \vdots \\ u_{N} \end{cases}, \ \{P\} = \begin{cases} P_{1} \\ \vdots \\ P_{2i-1} \\ P_{2i} \\ \vdots \\ P_{2n} \end{cases} = \begin{cases} P_{i} \\ \vdots \\ P_{s-1} \\ P_{s} \\ \vdots \\ P_{N} \end{cases},$$
(27)

где q, s – текущие номера степеней свободы в общей системе нумерации степеней свободы модели фермы; N – общее число степеней свободы модели.

Ферменный конечный элемент имеет одномерное напряженное состояние растяжения (сжатия). В местной системе координат перемещение произвольной точки такого элемента линейно зависит от координаты \overline{x} :

$$\bar{u}(\bar{x}) = \alpha_1 + \alpha_2 \bar{x} \,. \tag{28}$$

Запишем выражение (28) для узлов *i*, *j*:

$$\overline{u}_i = \alpha_1 + \alpha_2 \overline{x}_i, \ \overline{u}_j = \alpha_1 + \alpha_2 \overline{x}_j.$$
⁽²⁹⁾

Выразив коэффициенты α_1, α_2 из (29) и подставив их в (28), найдём

$$\overline{u}(x) = \left[N(\overline{x})\right]_e \left\{\overline{U}\right\}_e = \left[N_i, N_j\right]_e \left\{\overline{U}\right\}_e,$$
(30)

где $N_i = (\overline{x}_j - \overline{x})/l$, $N_j = (\overline{x} - \overline{x}_i)/l - функции формы ферменного эле$ мента (см. рис. 1.4); <math>l – длина ферменного элемента.

Функции формы N_i, N_j обладают следующими важными свойствами:

$$N_i + N_j = 1, \ N_i(\overline{x}_j) = N_j(\overline{x}_i) = 0, \ N_i(\overline{x}_i) = N_j(\overline{x}_j) = 1.$$
(31)

Относительная деформация ферменного элемента вычисляется путём дифференцирования перемещений из (30), так что

$$\varepsilon = \frac{d\overline{u}(x)}{d\overline{x}} = \left[B\right]_e \left\{\overline{U}\right\}_e.$$
(32)

Матрица производных от функций формы [B], имеет вид:

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}_{e} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l}, \frac{1}{l} \end{bmatrix}.$$
 (33)

Напряжение ферменного элемента определяется по закону Гука

$$\sigma = E\varepsilon = E[B]_e \left\{\overline{U}\right\}_e,\tag{34}$$

где Е – модуль упругости материала элемента.

Узловые силы:

$$\overline{F}_i = -S\sigma, \ \overline{F}_j = S\sigma, \tag{35}$$

где *S* – площадь поперечного сечения ферменного элемента.

С учётом (34) и (35) вектор узловых сил элемента представляется в виде

$$\left\{\overline{F}\right\}_{e} = S\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}\sigma = ES\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}B\\e\end{bmatrix}_{e}\left\{\overline{U}\right\}_{e}.$$
(36)

Из соотношения (36) вытекает уравнение жёсткости конечного элемента в местной системе координат

$$\left[\overline{K}\right]_{e}\left\{\overline{U}\right\}_{e} = \left\{\overline{F}\right\}_{e},\tag{37}$$

где $\left[\overline{K}\right]_{e}$ – матрица жёсткости конечного элемента в местной системе

координат, имеющая размерность 2×2:

$$\begin{bmatrix} \overline{K} \end{bmatrix}_{e} = \begin{bmatrix} \overline{K}_{ii} & \overline{K}_{ij} \\ \overline{K}_{ji} & \overline{K}_{jj} \end{bmatrix}_{e} = \frac{ES}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (38)

Преобразуем уравнения (37) к общей системе координат. Направляющие косинусы оси \overline{x} в общей системе координат:

$$\lambda_1 = (x_j - x_i)/l, \quad \lambda_2 = (y_j - y_i)/l,$$
 (39)

где x_i, x_j, y_i, y_j – координаты узлов *i*, *j* в общей системе координат. Проецируя перемещения узлов на местную ось \overline{x} , найдём

$$\overline{u}_i = u_{ix}\lambda_1 + u_{iy}\lambda_2, \quad \overline{u}_j = u_{jx}\lambda_1 + u_{jy}\lambda_2. \tag{40}$$

В матричной форме эти формулы преобразования перемещений из общей системы координат в местную систему примут вид

$$\left\{\overline{U}\right\}_{e} = \left[\lambda\right]_{e} \left\{U\right\}_{e},\tag{41}$$

где $\begin{bmatrix} \lambda \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & \lambda_2 \end{bmatrix}_e$ –матрица преобразования.

Из условия инвариантности работы сил по отношению к общей и местной системам координат можно получить соотношение

$$\left\{\overline{U}\right\}_{e}^{T}\left\{\overline{F}\right\}_{e} = \left\{U\right\}_{e}^{T}\left\{F\right\}_{e}.$$
(42)

Подставив (41) в (42), найдём что

$$\left\{U\right\}_{e}^{T}\left[\lambda\right]_{e}^{T}\left\{\overline{F}\right\}_{e} = \left\{U\right\}_{e}^{T}\left\{F\right\}_{e},\tag{43}$$

откуда, учитывая независимость и произвольность компонентов $\{U\}_e$, вытекает формула преобразования сил из местной системы координат в общую

$$\left\{F\right\}_{e} = \left[\lambda\right]_{e}^{T} \left\{\overline{F}\right\}_{e}.$$
(44)

Принимая во внимание равенства (37) и (41), получим уравнение жёсткости для ферменного элемента в общей системе координат

$$\left\{F\right\}_{e} = \left[\lambda\right]_{e}^{T} \left[\overline{K}\right]_{e} \left[\lambda\right]_{e} \left\{U\right\}_{e}, \tag{45}$$

которое можно переписать в виде, аналогичном (37):

$$[K]_{e} \{U\}_{e} = \{F\}_{e}, \tag{46}$$

где $[K]_{e}$ – матрица жесткости конечного элемента в общей системе координат размерности 4×4:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{e} = \begin{bmatrix} \lambda \end{bmatrix}_{e}^{T} \begin{bmatrix} \overline{K} \end{bmatrix}_{e} \begin{bmatrix} \lambda \end{bmatrix}_{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathbf{i}\mathbf{i}} & \mathbf{K}_{\mathbf{i}\mathbf{j}} \\ \mathbf{K}_{\mathbf{j}\mathbf{i}} & \mathbf{K}_{\mathbf{j}\mathbf{j}} \end{bmatrix}_{e}, \ \mathbf{K}_{\mathbf{i}\mathbf{j}} = \begin{bmatrix} \overline{K}_{ij}\lambda_{1}\lambda_{1} & \overline{K}_{ij}\lambda_{1}\lambda_{2} \\ \overline{K}_{ij}\lambda_{2}\lambda_{1} & \overline{K}_{ij}\lambda_{2}\lambda_{2} \end{bmatrix}.$$
(47)

Таким образом, соотношение (47) позволяет преобразовать матрицу жёсткости конечного элемента из местной системы координат в общую.

Рассмотрим равновесие фермы под действием внешних сил, задаваемых матрицей $\{P\}$. Составляя условия равновесия каждого узла в общей системе координат (рис. 1.5), получим систему N=2n линейных уравнений равновесия:

$$-\sum_{e=1}^{m} \begin{cases} F_{ix} \\ F_{iy} \end{cases}_{e} + \begin{cases} P_{ix} \\ P_{iy} \end{cases} = 0, \quad i = 1, 2, ..., n.$$
(48)



С учётом (46) эти уравнения принимают вид

$$[K]{U} = {P}, \qquad (49)$$

где [K]-общая (глобальная) матрица жёсткости фермы.

Компоненты этой матрицы при индексации по номерам узлов являются подматрицами, которые вычисляются путём суммирования соответствующих блоков элементных матриц жёсткости:

$$\left[K_{ij}\right] = \sum_{e=1}^{m} \left[K_{ij}\right]_{e}, \quad i, j = 1, 2, ..., n.$$
(50)

Суммирование блоков $[K_{ij}]_e$ с одинаковыми индексами *i*, *j* производится по всем *m* конечным элементам.

Если используется общая система нумерации по степеням свободы фермы, то матрица [K] может представляться как сумма расширенных матриц жёсткости элементов. Расширенная матрица жёсткости элемента получается из матрицы $[K]_e$ путём приписывания её строкам и столбцам номеров соответствующих степеней свободы модели и добавлением нулевых компонентов до размера $N \times N$. В общей системе нумерации по степеням свободы фермы компоненты матрицы [K] вычисляются через компоненты расширенных матриц жёсткости элементов (K_{sg})_e по правилу

$$K_{sq} = \sum_{e=1}^{m} (K_{sq})_{e}, \ s, q = 1, 2, ..., N.$$
(51)

Суммирование компонентов $(K_{sq})_e$ с одинаковыми индексами степеней свободы q, s производится по всем m конечным элементам.

Система уравнений (49) позволяет вычислить перемещения узлов $\{U\}$. Для однозначности решения необходимо учесть в этих уравнениях связи – граничные условия в перемещениях. Различные способы учёта таких граничных условий рассмотрены в п. 1.5. Через вектор узловых перемещений $\{U\}$, полученный в результате решения (49), вычисляются все другие искомые величины.

Реакции опор находятся из соответствующих уравнений общей системы (49), не модифицированной с целью учёта связей. При глобальной нумерации компонентов общего вектора узловых сил и общего вектора узловых перемещений формула для расчёта реакций в опорных узлах имеет вид

$$P_s = \sum_{q=1}^{N} K_{sq} u_q \,. \tag{52}$$

Из общего вектора $\{U\}$ выбираются узловые перемещения отдельных элементов $\{U\}_e$ и с помощью зависимости (41) определяются узловые перемещения ферменных элементов в местной системе координат $\{\overline{U}\}_e$. Удлинения элементов фермы (стержней) определяются как $\Delta l = \overline{u}_j - \overline{u}_i$, а по формулам (32), (34) и (35) рассчитываются их деформации, напряжения и узловые силы.

Матрицы и матричные выражения, составленные выше для ферменного конечного элемента в местной системе координат, не зависят от размерности задачи. При расчёте пространственной фермы в общей трёхмерной системе координат x, y, z переход от местной системы координат к трёхмерной производится аналогично рассмотренному выше переходу к двумерному случаю. В формулах (41)-(47) используется соответствующая матрица преобразования (матрица направляющих косинусов):

$$\begin{bmatrix} \lambda \end{bmatrix}_{e} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & \lambda_{2} & \lambda_{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{1} & \lambda_{2} & \lambda_{3} \end{bmatrix},$$
(53)

где $\lambda_1 = (x_j - x_i)/l$, $\lambda_2 = (y_j - y_i)/l$, $\lambda_3 = (z_j - z_i)/l$.

Все матричные соотношения, полученные для плоских ферм, сохраняются и в пространственном случае, но изменяется содержание матриц. Увеличивается их размерность из-за добавления ещё одной степени свободы в каждом узле. Произвольный *i*-тый узел пространственной фермы имеет 3 степени свободы: u_{ix} , u_{iy} , u_{iz} . Вся конечноэлементная модель пространственной фермы с *n* узлами имеет 3*n* степеней свободы, следовательно, разрешающая система уравнений аналогичная будет иметь размерность N=3n.

1.9. ПРИМЕНЕНИЕ МКЭ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЛОСКОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИНЫ

Рассмотрим тонкую пластину постоянной толщины *h*, нагруженную внешними силами, параллельными срединной плоскости и равномерно распределёнными по толщине (рис. 1.6). Приведём эти силы в срединную плоскость, в которой расположим систему координат *x*, *y*. Пластина имеет плоское напряжённое состояние с компонентами тензора напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$. Тензор деформаций

имеет отличные от нуля компоненты $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ и $\varepsilon_z = -\frac{v}{(1-v)} (\varepsilon_x + \varepsilon_y),$

где *v* – коэффициент Пуассона.



Puc. 1.6

Построим конечно-элементную модель пластины для расчёта перемещений, напряжений, деформаций, реакций в упругой области. Разобьём пластину на *m* плоских треугольных конечных элементов, в результате чего получим сетку из границ элементов с *n* узлами (см. рис. 1.6). Поверхностные распределённые силы, действующие на границе пластины в области элемента е, характеризуются интенсивно-

стями q_x, q_y , составляющими вектор $\{q\}_e = \begin{cases} q_x \\ q_y \\ e \end{cases}$, массовые распреде-

лённые силы в области элемента е характеризуются интенсивностями

$$g_x, g_y$$
, составляющими вектор $\{g\}_e = \begin{cases} g_x \\ g_y \\ e \end{cases}$

Внешние сосредоточенные силы должны быть приложены в узлах модели. Эти силы составляют общую (глобальную) блочную матрицу-вектор с нумерацией блоков $\{P_i\}$ по узлам модели:

$$\{P\} = \begin{cases} \mathbf{P}_{1} \\ \cdots \\ \mathbf{P}_{i} \\ \cdots \\ \mathbf{P}_{n} \end{cases}, \quad \mathbf{P}_{i} = \{P_{i}\} = \begin{cases} P_{ix} \\ P_{iy} \end{cases}.$$
(54)

Деформированное состояние пластины будем характеризовать перемещениями узлов, образующими общую (глобальную) блочную матрицу-вектор

$$\{U\} = \begin{cases} \mathbf{U}_{1} \\ \cdots \\ \mathbf{U}_{i} \\ \cdots \\ \mathbf{U}_{n} \end{cases}, \quad \mathbf{U}_{i} = \{U_{i}\} = \begin{cases} u_{ix} \\ u_{iy} \end{cases}.$$
(55)

Эти узловые перемещения являются степенями свободы деформируемой пластины.

Плоский треугольный конечный элемент с тремя узлами показан на рис. 1.7. Рассмотрим его в общей системе координат *x*, *y*.





Векторы узловых перемещений и узловых сил элемента в общей системе координат имеют вид:

$$\left\{U\right\}_{e} = \left\{\begin{matrix}\mathbf{U}_{\mathbf{i}}\\\mathbf{U}_{\mathbf{j}}\\\mathbf{U}_{\mathbf{k}}\end{matrix}\right\}_{e}, \quad \left\{F\right\}_{e} = \left\{\begin{matrix}\mathbf{F}_{\mathbf{i}}\\\mathbf{F}_{\mathbf{j}}\\\mathbf{F}_{\mathbf{k}}\end{matrix}\right\}_{e}, \quad (56)$$
$$\mathbf{U}_{\mathbf{j}} = \left\{\begin{matrix}u_{jx}\\u_{jy}\end{matrix}\right\}, \quad \mathbf{F}_{\mathbf{j}} = \left\{F_{j}\right\} = \left\{\begin{matrix}F_{jx}\\F_{jy}\end{matrix}\right\}.$$

Вектор перемещений произвольной точки конечного элемента с координатами *x*, *y* в общей системе координат записывается в следующем виде:

где

$$\left\{U(x,y)\right\} = \begin{cases} u_x(x,y)\\ u_y(x,y) \end{cases}.$$
(57)

Перемещения в области конечного элемента аппроксимируем линейными зависимостями

$$u_{x}(x,y) = \alpha_{1} + \alpha_{2}x + \alpha_{3}y, \ u_{y}(x,y) = \alpha_{4} + \alpha_{5}x + \alpha_{6}y.$$
 (58)

Подставляя в (58) узловые перемещения и координаты соответствующих узлов, получим систему из 6 уравнений:

$$\begin{cases}
 u_{ix} = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i, \\
 u_{iy} = \alpha_4 + \alpha_5 x_i + \alpha_6 y_i, \\
 \dots \dots \dots \dots \\
 u_{ky} = \alpha_4 + \alpha_5 x_k + \alpha_6 y_k.
 \end{cases}$$
(59)

Из (59) находятся коэффициенты $\alpha_1 - \alpha_6$. Подставив эти коэффициенты в (58), получим аппроксимирующие соотношения, позволяющие найти перемещения в произвольной точке элемента по известным узловым перемещениям:

$$\left\{U(x,y)\right\}_{e} = \left[N(x,y)\right]_{e} \left\{U\right\}_{e},\tag{60}$$

где $\begin{bmatrix} N(x, y) \end{bmatrix}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{I}N_i \ \mathbf{I}N_j \ \mathbf{I}N_k \end{bmatrix}_e$ – матрица функций формы; $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ – единичная матрица; $N_i = \frac{1}{2\Omega_e}(a_i + b_i x + c_i y)$ – функ-

ция формы для треугольного конечного элемента; $a_i = x_j y_k - x_k y_j$,

$$b_i = y_j - y_k, \ c_i = x_k - x_j, \ \Omega_e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}$$
 – площадь треугольника с

вершинами в узлах ijk. Функции формы N_j, N_k имеют аналогичную структуру, а их коэффициенты получаются циклической перестановкой индексов i, j, k. Функция формы $N_i(x, y)$ равна единице в узле i и нулю в других узлах треугольного элемента, аналогичные свойства имеют функции $N_j(x, y)$ и $N_k(x, y)$. Вследствие линейности функций формы, перемещения на прямых межэлементных границах непрерывны.

Деформации конечного элемента предполагаются малыми и выражаются через перемещения (60) с помощью уравнений Коши:

$$\left\{\varepsilon\right\}_{e} = \left\{\begin{array}{c}\varepsilon_{x}\\\varepsilon_{y}\\\gamma_{xy}\end{array}\right\}_{e} = \left\{\begin{array}{c}\partial u_{x} / \partial x\\\partial u_{y} / \partial y\\\partial u_{x} / \partial y + \partial u_{y} / \partial x\end{array}\right\}.$$
(61)

Подставив в (61) выражение (60), найдём

$$\varepsilon_e = \left[B\right]_e \left\{U\right\}_e,\tag{62}$$

где [B], –матрица производных от функций формы, имеющая вид:

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}_{e} = \frac{1}{2\Omega_{e}} \begin{bmatrix} b_{i} & 0 & | & b_{j} & 0 & | & b_{k} & 0 \\ 0 & c_{i} & | & 0 & c_{j} & | & 0 & c_{k} \\ c_{i} & b_{i} & | & c_{j} & b_{j} & | & c_{k} & b_{k} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\Omega_{e}} \begin{bmatrix} B_{i}B_{j}B_{k} \end{bmatrix}.$$
(63)

Напряжения в конечном элементе определяются по закону Гука:

$$\left\{\sigma\right\}_{e} = \begin{cases}\sigma_{x}\\\sigma_{y}\\\tau_{xy}\end{cases}_{e} = \left[D\right]_{e}\left\{\varepsilon\right\}_{e} = \left[D\right]_{e}\left\{B\right]_{e}\left\{U\right\}_{e},\tag{64}$$

где $\left[D \right]_{e}$ – матрица упругости изотропного материала элемента:

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix}_{e} = \frac{E}{1 - v^{2}} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - v}{2} \end{bmatrix}_{e},$$
 (65)

Е – модуль упругости; *v* – коэффициент Пуассона.

В области одного треугольного конечного элемента при линейной аппроксимации перемещений деформации и напряжения постоянны. Это объясняется тем, что компоненты матриц $[D]_e$ и $[B]_e$ постоянны. Очевидно, на границах элементов в данном случае будут конечные разрывы деформаций и напряжений.

Рассмотрим равновесие всей конечно-элементной модели пластины, применяя принцип возможных перемещений [1, 7], на основании которого для равновесия деформируемого твёрдого тела необходимо и достаточно, чтобы сумма работ всех внешних и внутренних сил, приложенных к телу, на любом возможном перемещении этого тела равнялась нулю. Возможные перемещения конечно-элементной модели пластины задаются путём варьирования узловых перемещений — степеней свободы, поэтому независимые возможные узловые перемещения всей модели составляют вектор, имеющий ту же структуру, как глобальный вектор узловых перемещений:

$$\{\delta U\} = \begin{cases} \delta \mathbf{U}_{\mathbf{1}} \\ \dots \\ \delta \mathbf{U}_{\mathbf{i}} \\ \dots \\ \delta \mathbf{U}_{\mathbf{n}} \end{cases}, \quad \delta \mathbf{U}_{\mathbf{i}} = \{\delta U_{i}\} = \begin{cases} \delta u_{ix} \\ \delta u_{iy} \end{cases}.$$
(66)

Вектор возможных узловых перемещений конечного элемента:

$$\left\{\delta U\right\}_{e} = \begin{cases} \delta \mathbf{U}_{\mathbf{i}} \\ \delta \mathbf{U}_{\mathbf{j}} \\ \delta \mathbf{U}_{\mathbf{k}} \end{cases}_{e}, \quad \delta \mathbf{U}_{\mathbf{i},\mathbf{j},\mathbf{k}} = \left\{\delta U_{i,j,k}\right\} = \begin{cases} \delta u_{i,j,k,x} \\ \delta u_{i,j,k,y} \end{cases}.$$
(67)

Возможные перемещения в произвольной точке конечного элемента выражаются с помощью функций формы через возможные перемещения узлов:

$$\left\{\delta U(x,y)\right\}_{e} = \left[N(x,y)\right]_{e} \left\{\delta U\right\}_{e}.$$
(68)

Вектор вариаций деформаций элемента на основании соотношений (62) определяется через возможные узловые перемещения элемента:

$$\left\{\delta\varepsilon\right\}_{e} = \begin{cases} \delta\varepsilon_{x} \\ \delta\varepsilon_{y} \\ \delta\gamma_{xy} \\ e \end{cases} = \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}_{e} \left\{\delta U\right\}_{e}.$$
(69)

Матричное уравнение равновесия конечно-элементной модели, составленное по принципу возможных перемещений, имеет вид [1]:

$$\{\delta U\}^{T} \{P\} - \sum_{e=1}^{m} \int_{V_{e}} [\delta \varepsilon]_{e}^{T} \{\sigma\}_{e} dV + \sum_{e=1}^{m} \int_{V_{e}} \{\delta U(x, y)\}_{e}^{T} \{g\}_{e} dV + \sum_{e=1}^{m} \int_{S_{e}} \{\delta U(x, y)\}_{e}^{T} \{q\}_{e} dS = 0,$$

$$(70)$$

где $V_e = \Omega_e h$ – объём конечного элемента, имеющего площадь верхней грани Ω_e ; S_e – площадь боковой грани конечного элемента, совпадающей с участком границы пластины, где действуют поверхностные распределённые силы.

Интегрирование элементарной работы по объёму тела V заменено суммой интегралов по объёмам V_e конечных элементов. Интегрирование элементарной работы по граничной поверхности тела, где приложены поверхностные распределённые силы, заменено суммой интегралов по соответствующим граням элементов, примыкающих к этой поверхности.

Первое слагаемое в уравнении (70) – возможная работа всех внешних узловых сил, второе слагаемое представляет суммарную возможную работу внутренних упругих сил модели, что равно вариации потенциальной энергии деформации, третье слагаемое – суммарная возможная работа массовых сил и четвёртое слагаемое – суммарная возможная работа поверхностных сил.

С помощью соотношений (64)-(69) уравнение (70) приводится к виду

$$\{\delta U\}^{T} \{P\} - \sum_{e=1}^{m} \left\{ \{\delta U\}_{e}^{T} \left[\int_{V_{e}} [B]_{e}^{T} [D]_{e} [B]_{e} dV \right] \{U\}_{e} \right] + \sum_{e=1}^{m} \left\{ \{\delta U\}_{e}^{T} \int_{V_{e}} [N(x, y)]_{e}^{T} \{g\}_{e} dV \right] + \sum_{e=1}^{m} \left\{ \{\delta U\}_{e}^{T} \int_{S_{e}} [N(x, y)]_{e}^{T} \{q\}_{e} dS \right] = 0.$$
(71)

Интеграл во втором слагаемом уравнения (71) образует матрицу жёсткости конечного элемента

$$[K]_{e} = \int_{V_{e}} [B]_{e}^{T} [D]_{e} [B]_{e} dV, \qquad (72)$$

так как величина $[\delta U]_{e}^{T}[K]_{e}\{U\}_{e}$ в этом уравнении является вариацией потенциальной энергии деформации элемента. Для треугольного конечного элемента с линейной аппроксимацией перемещений матрица $[B]_{e}$ содержит постоянные величины, поэтому в данном случае

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{e} = \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}_{e}^{T} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix}_{e} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}_{e} V_{e}.$$
(73)

Интеграл в третьем слагаемом уравнения (71) можно рассматривать как вектор внешних узловых сил элемента, энергетически эквивалентных массовым силам, действующим в объёме элемента:

$$\{P\}_{e}^{g} = \int_{Ve} [N(x, y)]_{e}^{T} \{g\}_{e} dV.$$
(74)

После интегрирования (74) с учетом постоянной интенсивности $\{g\}_e$ в объёме V_e для треугольного конечного элемента (см. рис. 1.7) будем иметь

$$\{P\}_{e}^{g} = \begin{cases} P_{i}^{g} \\ P_{j}^{g} \\ P_{j}^{g} \\ P_{k}^{g} \\ P_{k}^{g} \\ P_{k}^{g} \\ P_{k}^{g} \\ P_{k}^{g} \\ P_{k}^{g} \\ P_{ky}^{g} \\ P_{ky}^{g$$

Примерами массовых сил с постоянной интенсивностью могут служить силы тяжести однородного тела и силы инерции при ускоренном поступательном движении однородного тела.

Интеграл в четвёртом слагаемом уравнения (71) можно рассматривать как вектор внешних узловых сил элемента, энергетически эквивалентных поверхностным распределённым силам, действующим по грани элемента с площадью S_e :

$$\{P\}_{e}^{q} = \int_{S_{e}} [N(x, y)]_{e}^{T} \{q\}_{e} \, ds \,.$$
(76)

Интегрирование (76) с учетом постоянной интенсивности $\{q\}_e$ на боковой грани ij с площадью S_{ij} дает следующее выражение для матрицы внешних узловых сил элемента:

$$\{P\}_{e}^{q} = \begin{cases} P_{i}^{q} \\ P_{j}^{q} \\ P_{j}^{q} \\ P_{k}^{q} \\ P_{k}^{q} \\ P_{k}^{q} \\ P_{k}^{q} \\ P_{k}^{q} \\ P_{ky}^{q} \\ P_{ky}^{$$

Преобразуем суммы в левой части (71), вынося общие вариации узловых перемещений за скобки, в результате получим

$$[\delta U]^{T} \Big[\{P\} + \{P\}^{g} + \{P\}^{q} - [K] \{U\} \Big] = 0.$$
(78)

Так как возможные перемещения узлов $\delta u_{1x}, \delta u_{1y}, \dots, \delta u_{ny}$ независимы друг от друга, а равенство (78) в случае равновесия должно выполняться при любом наборе возможных перемещений, то из него вытекает разрешающая система N=2n уравнений

$$[K]{U} = {P} + {P}^{g} + {P}^{q}, \qquad (79)$$

где [K]-общая матрица жёсткости конечно-элементной модели пластины.

Компоненты матрицы [K] вычисляются или путём суммирования компонентов матриц жёсткости элементов (72) с одинаковыми индексами, указывающими общие степени свободы –

$$K_{sq} = \sum_{e=1}^{m} (K_{sq})_{e}, \quad s, q = 1, 2, \dots, N,$$
(80)

или путём суммирования блоков матриц жёсткости элементов (72) с

одинаковыми индексами, указывающими общие узловые номера -

$$\left[K_{ij}\right] = \sum_{e=1}^{m} \left[K_{ij}\right]_{e}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$
(81)

Общий вектор узловых сил, эквивалентных массовым силам $\{P\}^{s}$, имеет такую же структуру, как вектор $\{P\}$. Его компоненты вычисляются путём суммирования компонентов $\{P\}_{e}^{s}$, определяемых по (76), с одинаковыми индексами общих степеней свободы –

$$P_s^g = \sum_{e=1}^m (P_s^g)_e, \quad s = 1, 2, \dots, N,$$
(82)

или путём суммирования подматриц $\{P\}_{e}^{g}$ с одинаковыми индексами, указывающими общие номера узлов –

$$\{P_i\}^g = \sum_{e=1}^m \{P_i\}_e^g, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$
(83)

Компоненты общего вектора узловых сил, эквивалентных распределённым поверхностным силам $\{P\}^q$, вычисляются аналогично –

$$P_s^q = \sum_{e=1}^m (P_s^q)_e, \quad s = 1, 2, \dots, N;$$
(84)

$${P_i}^q = \sum_{e=1}^m {P_i}_e^q, \quad i = 1, 2, ..., n.$$
 (85)

Переход от блочного представления матриц $\{U\}, \{P\}, [K]$ к матрицам с индексацией по общим степеням свободы модели q, s обсуждался ранее в п. 1.2.

Систему уравнений (79) можно обосновать иначе. Заменим напряжения на боковых гранях элемента эквивалентными в энергетическом смысле узловыми силами $\{F\}_e$ (см. рис. 1.7). На основании принципа возможных перемещений для находящегося в равновесии упругого элемента должно выполняться равенство

$$\{\delta U\}_{e}^{T}\left(\{F\}_{e}+\{P\}_{e}^{g}+\{P\}_{e}^{g}\right)-\{\delta U\}_{e}^{T}\left[K\right]_{e}\{U\}_{e}=0.$$
(86)

Отсюда вытекает уравнение, аналогичное (79), для жёсткости элемента:

$$[K]_{e} \{U\}_{e} = \{F\}_{e} + \{P\}_{e}^{g} + \{P\}_{e}^{q}.$$
(87)

Рассматривая равновесие *n* узлов модели, под действием внешних заданных узловых сил $\{P\}$ и элементных узловых сил $\{F\}_e$, выражая $\{F\}_e$ из соотношения (87), получим ту же систему уравнений (79).

Как было отмечено выше, матрица жёсткости [K] для конечноэлементной модели пластины обладает симметрией и имеет ленточную структуру и редкое заполнение. Заданные перемещения (закрепления) учитываются путём преобразования матриц [K] и $\{P\}$, как показано в п. 1.5. Закрепления обязательно должны исключить возможность перемещения пластины как твёрдого тела.

В результате решения системы уравнений (79) с учётом заданных перемещений находятся узловые перемещения $\{U\}$. Через них по формулам (62) и (64) вычисляются деформации и напряжения. Реакция, соответствующая закреплению $u_s = 0$, равна силе P_s , которую можно вычислить с помощью *s*-того уравнения из системы (79), подставив в это уравнение найденные узловые перемещения:

$$P_{s} = \sum_{q=1}^{2n} K_{sq} u_{q} - P_{s}^{g} - P_{s}^{q}.$$
(88)

1.10. ПРИМЕНЕНИЕ МКЭ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Теплопроводностью называется процесс передачи тепловой энергии между соприкасающимися частицами тела, имеющими различные температуры.

Рассмотрим процесс теплопроводности в однородном твёрдом теле, занимающем трёхмерную область Ω . Уравнение краевой задачи нестационарной теплопроводности для такого тела в прямоугольной декартовой системе координат *x*, *y*, *z* имеет вид [4, 9]

$$K_{xx}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K_{yy}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + K_{zz}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + w = \rho c \frac{\partial T}{\partial t},$$
(89)

где T = T(x, y, z, t) – поле температур в области Ω ; K_{xx}, K_{yy}, K_{zz} – коэффициенты теплопроводности в направлении x, y, z соответственно; w = w(x, y, z, t) – мощность теплоисточников внутри тела; ρ – плотность материала тела; c – удельная теплоёмкость материала тела.

Для частного решения задачи (89) должны быть заданы начальные и граничные условия. Будем учитывать только три рода граничных условий, теплопередача излучением не обсуждается.

Граничные условия первого рода — на части поверхности S_1 тела Ω задана температура T_s :

$$T_{s_1} = T(x, y, z, t), \quad x, y, z \in S_1.$$
 (90)

Граничные условия второго рода — на части поверхности S_2 тела Ω задан тепловой поток плотностью q:

$$K_{xx}\frac{\partial T}{\partial x}\ell_{x} + K_{yy}\frac{\partial T}{\partial y}\ell_{y} + K_{zz}\frac{\partial T}{\partial z}\ell_{z} = -q, \qquad (91)$$

где ℓ_x , ℓ_y , ℓ_z – направляющие косинусы внешней нормали к поверхности S_2 , тепловой поток положителен, если тепло отводится от тела. Если поверхность S_2 изолирована, то q = 0.

Граничные условия третьего рода – на части поверхности S_3 тела Ω происходит конвективный теплообмен:

$$K_{xx}\frac{\partial T}{\partial x}\ell_{x} + K_{yy}\frac{\partial T}{\partial y}\ell_{y} + K_{zz}\frac{\partial T}{\partial z}\ell_{z} = -h(T_{s} - T_{b}), \qquad (92)$$

где T_s – температура поверхности S_3 , T_b – температура внешней среды, h – коэффициент теплоотдачи, $q_h = h(T_s - T_b)$ – плотность теплового потока, отводимого с поверхности тела из-за конвекции.

Начальные условия – это температура тела в некоторый начальный момент времени *t*₀:

$$T_0 = T(x, y, z, t_0).$$
 (93)

Задача (89)-(93) имеет вариационную формулировку: решение уравнения (89) с граничными условиями (92), (93) эквивалентно нахождению в фиксированный момент времени минимума функционала [4, 9]

$$\chi = \int_{V} \frac{1}{2} \left[K_{xx} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^{2} + K_{yy} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^{2} + K_{zz} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^{2} - 2 \left(w - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) T \right] dV + \int_{S_{2}} qT \, dS + \int_{S_{2}} \frac{h}{2} \left(T - T_{b} \right)^{2} dS \quad .$$
(94)

Используем функционал (94) для обоснования МКЭ применительно к трёхмерной задаче теплопроводности. Разобьём область тела на *m* конечных элементов, создав при этом *n* узлов. Степенями свободы будут температуры узлов. Они образуют общий (глобальный) вектор степеней свободы (узловых температур) $\{T\}^T = \{T_1 \ \cdots \ T_n\}$.

Рассмотрим в качестве примера тетраэдральный конечный элемент с четырьмя узлами (рис. 1.8). На одной из его граней *jkp* имеется тепловой поток плотностью *q*, на другой грани *ijp* происходит конвективная теплопередача *q_h*, внутри действуют теплоисточники с мощностью *w*. Степенями свободы элемента являются узловые температуры, образующие вектор $\{T\}_{e}^{T} = \{T_{i} \ T_{j} \ T_{k} \ T_{p}\}_{e}$. Узловые тепловые нагрузки элемента образуют вектор $\{Q\}_{e}^{T} = \{Q_{i} \ Q_{j} \ Q_{k} \ Q_{p}\}_{e}$.



Puc. 1.8

Температуру внутри элемента аппроксимируем линейным полиномом

$$T(x, y, z) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z.$$
(95)

Подставив в это соотношение узловые температуры и соответствующие координаты узлов, получим 4 уравнения, из которых находятся выражения для коэффициентов $\alpha_1,...,\alpha_4$. Возвратив найденные значения коэффициентов в (95), получим выражение:

$$\left\{T(x, y, z)\right\} = \left[N(x, y, z)\right]_{e} \left\{T\right\}_{e}.$$
(96)

Матрица функций формы $[N(x, y, z)]_e$ состоит из 4-х функций формы $N_i(x, y, z),...,N_p(x, y, z)$, которые линейно зависят от координат x, y, z:

$$[N(x, y, z)]_{e} = [N_{i} N_{j} N_{k} N_{p}]_{e}; \quad N_{i} = \frac{1}{6V_{e}}(a_{i} + b_{i}x + c_{i}y + d_{i}z), \quad (97)$$

где
$$a_i = \det \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_p & y_p & z_p \end{vmatrix}$$
; $b_i = -\det \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_p & z_p \end{vmatrix}$; $c_i = -\det \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_k & 1 & z_k \\ x_p & 1 & z_p \end{vmatrix}$; $d_i = -\det \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_p & y_p & 1 \end{vmatrix}$; V_e - объём элемента.

Другие функции формы N_j, N_k, N_p имеют аналогичную структуру, а формулы для их коэффициентов получаются путём циклической перестановки индексов *i*, *j*, *k*, *p*.

Введём две элементные матрицы:

- матрица коэффициентов теплопроводности

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix}_{e} = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} \end{bmatrix}_{e};$$
(98)

матрица градиентов температуры

$$\left\{g\right\}_{e} = \left\{\begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial x}\\ \frac{\partial T}{\partial y}\\ \frac{\partial T}{\partial z}\end{array}\right\}_{e} = \left[B\right]_{e}\left\{T\right\}_{e}, \tag{99}$$

$$\Gamma \Pi e \left[B\right]_{e} = \frac{1}{6V_{e}} \begin{bmatrix}b_{i} & b_{j} & b_{k} & b_{p}\\ c_{i} & c_{j} & c_{k} & c_{p}\\ d_{i} & d_{j} & d_{k} & d_{p}\end{bmatrix}_{e}.$$

Для элемента е, дифференцируя (96) по времени, получим

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left[N(x, y, z) \right]_e \frac{\partial}{\partial t} \left\{ T \right\}_e.$$
(100)

Разобьём интеграл (94) по элементам, с учётом выражений (96)-(100) это даст

$$\chi = \sum_{e=1}^{m} \chi_{e} = \sum_{e=1}^{m} \left[\int_{V_{e}} \frac{1}{2} \{T\}^{T} [B]_{e}^{T} [D]_{e} [B]_{e} \{T\} dV + \right. \\ \left. + \int_{V_{e}} \rho c[N]_{e} \{T\} [N]_{e} \frac{\partial}{\partial t} \{T\} dV - \int_{V_{e}} w[N]_{e} \{T\} dV \right] + \\ \left. + \sum_{e=1}^{m} \left[\int_{S_{2e}} q[N]_{e} \{T\} dS + \int_{S_{3e}} \frac{h}{2} \{T\}^{T} [N]_{e}^{T} [N]_{e} \{T\} dS - \right. \\ \left. - \int_{S_{3e}} hT_{b} [N]_{e} \{T\} dS + \int_{S_{3e}} \frac{h}{2} T_{b}^{2} dS. \right]$$
(101)

Минимизируя функционал (101) на множестве узловых значений температурного поля $\{T\}$, получим систему уравнений

$$\frac{\partial \chi}{\partial \{T\}} = \frac{\partial}{\partial \{T\}} \sum_{e=1}^{m} \chi_e = \sum_{e=1}^{m} \frac{\partial \chi_e}{\partial \{T\}} = 0.$$
(102)

Вклад отдельного конечного элемента в общую сумму (102) можно представить в виде матричного дифференциального соотношения:

$$\frac{\partial \chi_e}{\partial \{T\}} = \{Q\}_e = [C]_e \frac{\partial}{\partial t} \{T\}_e + [K]_e \{T\}_e - \{Q\}_e^a - \{Q\}_e^s - \{Q\}_e^s, \quad (103)$$

где матрица теплопроводности «жёсткости» элемента:

$$K]_{e} = \int_{V_{e}} [B]_{e}^{T} [D]_{e} [B]_{e} dV + \int_{S_{3e}} h[N]_{e}^{T} [N]_{e} dS, \qquad (104)$$

матрица теплоёмкости «демпфирования» элемента:

$$[C]_{e} = \int_{V_{e}} \rho c[N]_{e}^{T} [N]_{e} dV, \qquad (105)$$

векторы узловых тепловых потоков, эквивалентных тепловому потоку плотностью *q*, генерации теплоисточников *w*, конвективной теплопередаче соответственно:

$$\{Q\}_{e}^{q} = -\int_{S_{2e}} q[N]_{e}^{T} dS; \qquad (106)$$

$$\{Q\}_{e}^{g} = \int_{V} w[N]_{e}^{T} dV;$$
 (107)

$$\left\{Q\right\}_{e}^{h} = \int_{S_{te}} hT_{b}\left[N\right]_{e}^{T} dS.$$
(108)

Суммируя в (102) вклады всех элементов, получим общую систему дифференциальных уравнений:

$$[C]\frac{\partial}{\partial t}\{T\} + [K]\{T\} = \{Q\}^{q} + \{Q\}^{s} + \{Q\}^{h}, \qquad (109)$$

где [K]-общая (глобальная) матрица теплопроводности; [C]-общая (глобальная) матрица теплоёмкости; $\{Q\}^q$ -общий вектор узловых тепловых нагрузок, эквивалентных заданным поверхностным тепловым потокам, $\{Q\}^g$ -общий вектор узловых тепловых нагрузок, эквивалентных заданной генерации внутренних тепловых источников, $\{Q\}^h$ -общий вектор узловых тепловых источников, $\{Q\}^h$ -общий вектор узловых тепловых нагрузок, эквивалентных конвективным тепловым потокам. Все тепловые нагрузки могут быть нестационарными.

Компоненты всех общих матриц, входящих в уравнение (109), определяются путём суммирования всех соответствующих компонентов с одинаковыми индексами элементных матриц:

$$K_{ij} = \sum_{e=1}^{m} \left(K_{ij} \right)_{e}, \quad i, j = 1, ..., n;$$
(110)

$$C_{ij} = \sum_{e=1}^{m} \left(C_{ij} \right)_{e}, \quad i, j = 1, ..., n;$$
(111)

$$(Q_i)^q = \sum_{e=1}^m (Q_i)_e^q, \quad i = 1, ..., n;$$
 (112)

$$(Q_i)^g = \sum_{e=1}^m (Q_i)_e^g, \quad i = 1,...,n;$$
 (113)

$$(Q_i)^h = \sum_{e=1}^m (Q_i)_e^h, \quad i = 1, ..., n.$$
 (114)

Рассмотрим решение матричного дифференциального уравнения (109) конечно-разностным методом с использованием центральноразностной схемы. Запишем это уравнение в виде

$$[C]\frac{\partial}{\partial t}\{T\} + [K]\{T\} = \{Q\}, \qquad (115)$$

где $[Q] = \{Q\}^{q} + \{Q\}^{s} + \{Q\}^{h}$.

Для средней точки интервала времени $\Delta t = t_1 - t_0$ производная от глобального вектора $\{T\}$ приближённо представляется выражением

$$\frac{\partial}{\partial t} \{T\} = \frac{1}{\Delta t} \left(\{T\}_1 - \{T\}_0 \right). \tag{116}$$

В той же средней точке временного интервала приближённо вычисляются глобальные векторы узловых температур и тепловых узловых нагрузок:

$$\{T\} = \frac{1}{2} \left(\{T\}_1 + \{T\}_0\right); \tag{117}$$

$$\{Q\} = \frac{1}{2} \left(\{Q\}_1 + \{Q\}_0 \right). \tag{118}$$

Подставив выражения (116)-(118) в дифференциальное уравнение (115), получим рекуррентную формулу

$$\left(\left[K\right] + \frac{2}{\Delta t}\left[C\right]\right)\left\{T\right\}_{1} = \left(\frac{2}{\Delta t}\left[C\right] - \left[K\right]\right)\left\{T\right\}_{0} + 2\left\{Q\right\}.$$
(119)

Зная узловые температуры в начале интервала времени, по формуле (119) можно найти узловые температуры в конце временного интервала. Матрицы $[K], [C], \{Q\}^q$ вычисляются до решения уравнения (119), когда теплофизические свойства (коэффициент теплопроводности, удельная теплоёмкость, коэффициент теплоотдачи при конвекции) не зависят от температуры. Если теплофизические свойства зависят от температуры, то уравнение становится нелинейным и должно решаться итерационными методами. Если нагрузка зависит от температуры, то формула (119) становится неявной и решение также получается с помощью итераций.

Граничные условия первого рода, то есть заданные на поверхности модели узловые температуры, учитываются в уравнении (119) так же, как заданные перемещения в статической деформационной задаче, что подробно обсуждалось ранее.

Граничные условия второго рода (91) – заданные тепловые потоки и граничные условия третьего рода (92) – конвективные потоки учитываются через соответствующие слагаемые функционала (101).

Начальные условия (93) в нестационарной задаче теплопроводности учитываются на первом шаге вычислений, как значения узловых температур в начале первого временного интервала.

1.10.1. СЛУЧАЙ ОДНОМЕРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Одномерный поток тепла имеет место в стержне с изолированной боковой поверхностью и какими-либо граничными условиями на торцах. Такое тело разбивается на стержневые конечные элементы. Рассмотрим стержневой конечный элемент с двумя узлами, имеющий постоянное сечение площадью A (рис. 1.9). В левом узле i нагрузка – тепловой поток плотностью q, в правом узле j нагрузка – конвективная теплопередача q_h .





Элементный вектор узловых температур (степеней свободы) имеет вид $\{T\}_{e}^{T} = \{T_{i} \ T_{j}\}$. Температура в стержне аппроксимируется с помощью линейных функций формы:

$$T(x) = [N]_e \{T\}_e = [N_i \quad N_j]_e \{T\}_e, \qquad (120)$$

где $N_i = \frac{x_j - x}{x_j - x_j}$; $N_j = \frac{x - x_i}{x_j - x_j}$.

Матрица коэффициентов теплопроводности и матрица производных от функций формы имеют соответственно следующий вид:

$$[D]_{e} = K_{xx}, [B]_{e} = \frac{1}{L} [-1 \quad 1].$$
(121)

Матрица теплопроводности («жёсткости») элемента:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{e} = \int_{V_{e}} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}_{e}^{T} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix}_{e} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}_{e} dV + \int_{S_{j}} h \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_{e}^{T} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_{e} dS =$$

$$= \frac{AK_{xx}}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + Ah \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
(122)

Матрица теплоёмкости («демпфирования») элемента:

$$\begin{bmatrix} C \end{bmatrix}_{e} = \int_{V_{e}} \rho c \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_{e}^{T} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_{e} dV = \rho c \int_{x_{i}}^{x_{j}} \begin{bmatrix} \frac{x_{j} - x}{x_{j} - x_{i}} \\ \frac{x - x_{i}}{x_{j} - x_{i}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{x_{j} - x}{x_{j} - x_{i}} & \frac{x - x_{i}}{x_{j} - x_{i}} \end{bmatrix} dx =$$
(123)
$$= \frac{\rho cAL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Векторы элементных узловых тепловых потоков, эквивалентных тепловому потоку *q* и конвективной теплопередаче соответственно:

$$Q_e^q = -\int_{S_i} q \left[N \right]_e^T dS = -qA \begin{cases} 1\\ 0 \end{cases}, \tag{124}$$

$$Q_e^h = \int_{S_j} hT_b \left[N \right]_e^T dS = A hT_b \begin{bmatrix} 0\\1 \end{bmatrix}.$$
(125)

Вектор элементных узловых тепловых потоков, соответствующих генерации тепла внутри элемента с постоянной удельной мощностью *w*:

$$\{Q\}_{e}^{g} = \int_{V_{e}} w[N]_{e}^{T} dV = \frac{wA}{L} \int_{x_{i}}^{x_{j}} \left[\frac{x_{j} - x}{x - x_{i}} \right] dx = \frac{wAL}{2}.$$
 (126)

Если в узле i сечение стержня изолировано, то q = 0 и тепловая

нагрузка в этом узле нулевая:
$$Q_e^q = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$$
.

1.10.2. СЛУЧАЙ ДВУМЕРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Двумерный поток тепла имеет место в пластине с изолированными большими плоскими поверхностями и какими-либо граничными условиями на боковой поверхности. Такое тело разбивается на плоские конечные элементы. Рассмотрим плоский треугольный конечный элемент с тремя узлами (рис. 1.10). На боковой грани *jk* нагрузка – тепловой поток плотностью *q*, на боковой грани *ij* нагрузка – конвективная теплопередача *q_h*. Толщину элемента будем считать единичной.



Puc. 1.10

Элементный вектор узловых температур (степеней свободы) имеет вид $\{T\}_{e}^{T} = \{T_{i} \ T_{j} \ T_{k}\}$. Температуру в стержне аппроксимируем с помощью линейных функций формы:

$$T(x) = [N]_e \{T\}_e = [N_i \quad N_j \quad N_k]_e \{T\}_e, \qquad (127)$$

где
$$N_i = \frac{1}{2\Omega_e} (a_i + b_i x + c_i y) - функция формы, \quad \Omega_e = \frac{1}{2} \det \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} -$$

площадь треугольника *ijk*; $a_i = x_j y_k - x_k y_j$, $b_i = y_j - y_k$, $c_i = x_k - x_j$.

Функции формы N_j , N_k имеют аналогичную структуру, а их коэффициенты получаются циклической перестановкой индексов *i*, *j*, *k*.

Матрица коэффициентов теплопроводности и матрица производных от функций формы имеют соответственно вид

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix}_{e} = \begin{bmatrix} K_{xx} & o \\ o & K_{yy} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}_{e} = \frac{1}{2\Omega_{e}} \begin{bmatrix} b_{i} & b_{j} & b_{k} \\ c_{i} & c_{j} & c_{k} \end{bmatrix}.$$
 (128)

$$\begin{split} \left[K\right]_{e} &= \int_{V_{e}} \left[B\right]_{e}^{T} \left[D\right]_{e} \left[B\right]_{e} dV + \int_{S_{j}} h\left[N\right]_{e}^{T} \left[N\right]_{e} dS = \\ &= \Omega_{e} \left[B\right]_{e}^{T} \left[D\right]_{e} \left[B\right]_{e} + h \int_{S_{j}} \left[N_{i} N_{i} - N_{i} N_{j} - 0 \\ N_{j} N_{i} - N_{j} N_{j} - 0 \\ 0 - 0 - 0 \end{bmatrix} dS =$$

$$= \frac{K_{xx}}{4\Omega_{e}} \left[\begin{matrix} b_{i} b_{i} - b_{i} b_{j} & b_{i} b_{i} \\ b_{j} b_{i} - b_{j} b_{j} & b_{j} b_{k} \\ b_{k} b_{i} - b_{k} b_{j} & b_{k} b_{k} \end{matrix} \right] + \frac{K_{yy}}{4\Omega_{e}} \left[\begin{matrix} c_{i} c_{i} - c_{i} c_{j} - c_{i} c_{i} c_{i} \\ c_{j} c_{i} - c_{j} c_{j} - c_{j} c_{k} \\ c_{k} c_{i} - c_{k} c_{i} - c_{k} c_{k} \end{matrix} \right] + \frac{hL_{ij}}{6} \left[\begin{matrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right], \end{split}$$

где L_{ii} – длина стороны элемента между узлами *i*, *j*.

Матрица теплоёмкости («демпфирования») элемента:

$$[C]_{e} = \int_{V_{e}} \rho c[N]_{e}^{T}[N]_{e} dV = \frac{\rho c \Omega_{e}}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$
(130)

Векторы элементных узловых тепловых потоков, эквивалентных тепловому потоку плотностью q на грани jk и конвективной теплопередаче на грани ij, соответственно:

$$Q_{e}^{q} = -\int_{S_{i}} q[N]_{e}^{T} dS = -\frac{qL_{jk}}{2} \begin{cases} 0\\1\\1 \end{cases}, \ Q_{e}^{h} = \int_{S_{j}} hT_{b}[N]_{e}^{T} dS = \frac{hT_{b}L_{ij}}{2} \begin{cases} 1\\1\\0 \end{cases}.$$
 (131)

Вектор элементных узловых тепловых потоков, соответствующих генерации тепла внутри элемента с постоянной удельной мощностью ^{*w*}:

$$\{Q\}_{e}^{g} = \int_{V_{e}} w[N]_{e}^{T} dV = \frac{w\Omega_{e}}{3} \left\{ \begin{matrix} 1\\ 1\\ 1 \end{matrix} \right\}.$$
 (132)

Градиенты температуры можно найти с помощью соотношений:

$$\left\{g\right\}_{e} = \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ e \end{cases} = \frac{1}{2\Omega_{e}} \begin{cases} b_{i} & b_{j} & b_{k} \\ c_{i} & c_{j} & c_{k} \end{cases} \begin{cases} T_{i} \\ T_{j} \\ T_{k} \end{cases}.$$
 (133)

1.10.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ТЕПЛА В СТЕРЖНЕ

Требуется рассчитать процесс стационарной теплопроводности в стержне, показанном на рис. 1.11. Длина стержня L = 0,2 м, площадь сечения $A = 1 \cdot 10^{-3}$ м². Материал – сталь, коэффициент теплопроводности $K_{xx} = 50$ Дж/м·с·град. Граничные условия: левый торец стержня имеет постоянную температуру $T_1 = 100$ °C, на правом торце теплоотвод с плотностью $q = 1 \cdot 10^4$ Дж/с·м², боковая поверхность стержня теплоизолирована.





Стержень разбивается на два конечных элемента длиной $L_1 = 0,1$ м, $L_2 = 0,1$ м. Узловые температуры образуют общий вектор $\{T\}^T = \{T_1 \ T_2 \ T_3\}$, где неизвестны узловые температуры T_2, T_3 .

Вычислим для каждого элемента необходимые элементные матрицы, используя формулы (120)-(125):

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{1} = \begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{2} = \frac{AK_{xx}}{L_{1}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 50}{0,1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= 50 \cdot 10^{-2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ BT/rpag.}$$

$$\{Q\}_{2}^{q} = -qA \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} = -1 \cdot 10^{4} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} = -10 \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \text{ BT.}$$
(135)

Соберём общие матрицы теплопроводности и нагрузки по правилам (110)-(112):

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = 50 \cdot 10^{-2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \{Q\} = -10 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 1 \end{cases}.$$
 (136)

Система уравнений (109) примет вид

$$50 \cdot 10^{-2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix}.$$
 (137)

После учёта граничного условия $T_1 = 100 \,^{\circ}\mathrm{C}$ и некоторых преоб-

разований, получим: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ -20 \end{bmatrix}.$

Решение этой системы уравнений даёт следующие значения температур: T_1 = 100 °C, T_2 = 80 °C, T_3 = 60 °C.

Пусть требуется рассчитать процесс нестационарной теплопроводности в стержне, показанном на рис. 1.11. Длина стержня L = 0,2м, площадь сечения $A = 1 \cdot 10^{-3}$ м². Материал – сталь, коэффициент теплопроводности $K_{xx} = 50$ Дж/м·с·град, удельная теплоёмкость c = 500 Дж/кг·град, плотность $\rho = 8000$ кг/м³. Граничные условия: левый торец стержня имеет постоянную температуру $T_1 = 100$ °C, на правом торце – зависимый от температуры теплоотвод с плотностью $q = 1 \cdot 10^2 T$ Дж/с·м², боковая поверхность стержня теплоизолирована. Начальные условия: $T_0 = 0$ в момент времени $t_0 = 0$.

Расчёт проводится в интервале времени $t_n - t_0 = 1000$ с, число расчётных шагов времени n = 2.

Стержень разбивается на два конечных элемента длиной $L_1 = 0,1$ м, $L_2 = 0,1$ м. Узловые температуры образуют общий вектор $\{T\}^T = \{T_1 \ T_2 \ T_3\}$, где неизвестны узловые температуры T_2, T_3 .

Вычислим для каждого элемента необходимые элементные матрицы, используя формулы (120)-(125):

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{1} = \begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{2} = \frac{AK_{xx}}{L_{1}} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 50}{0,1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= 50 \cdot 10^{-2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ Bt/rpag.}$$

$$\{Q\}_{2}^{q} = -qA \begin{cases} 0 \\ 1 \\ \end{cases} = -1 \cdot 10^{4} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \begin{cases} 0 \\ 1 \\ \end{cases} = -10 \begin{cases} 0 \\ 1 \\ \end{cases} \text{ Bt.}$$
(139)

Матрица теплоёмкости:

$$\begin{bmatrix} C \end{bmatrix}_{1} = \begin{bmatrix} C \end{bmatrix}_{2} = \frac{\rho c A L_{1}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{8000 \cdot 500 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 0, 1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$= 66,667 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \text{Bt} \cdot c/\text{град.}$$
(140)

Матрица нагрузки определяется только для второго элемента:

$$\{Q\}_{2}^{q} = -q(T_{3})A\begin{cases}0\\1\end{cases} = -1 \cdot 10^{2}T_{3} \cdot 1 \cdot 10^{-3}\begin{cases}0\\1\end{cases} = -0.1T_{3}\begin{cases}0\\1\end{cases} BT. \quad (141)$$

Соберём общие матрицы теплопроводности и нагрузки по правилам (110)–(112):

Таблица 1.1

$$K] = 50 \cdot 10^{-2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$
(142)
$$[C] = 66, 67 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$
(143)
$$\{Q\} = -0, 1T_3 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 1 \end{cases}.$$
(144)

Расчётный шаг времени $\Delta t = 500$ с.

Упростим формулу (119), введя две матрицы:

$$\begin{bmatrix} KC \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} + \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1,0333 & -0,2333 & 0 \\ = 0,2333 & 2,0667 & -0,2333 \\ 0 & -0,2333 & 1,0333 \end{bmatrix}, \quad (145)$$
$$\begin{bmatrix} CK \end{bmatrix} = \left(\frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0,0333 & 0,7667 & 0 \\ 0,7667 & 0,0667 & 0,7667 \\ 0 & 0,7667 & 0,0333 \end{bmatrix}. \quad (146)$$

Чтобы сделать расчётную формулу (119) явной при зависящей от температуры нагрузке, используем значение нагрузки только в начале шага:

Подставив три последних выражения в систему уравнений (119), учтя заданную температуру $T_1 = 100$ °C путём исключения соответствующего уравнения, получим рекуррентные зависимости:

$$\begin{bmatrix} 2,0667 & -0,2333 \\ -0,2333 & 1,0333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ -0,2T_{30} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0667 & 0,7667 \\ 0,7667 & 0,0333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}_0.$$
 (148)

Вычисленные по этим формулам узловые температуры для двух точек заданного временного интервала приведены в табл. 1.1.

№ узла	1	2	3
Время, с			
500	100 °C	49,7 °C	11,2 °C
1000	100 °C	59,6 °C	48,5 °C

1.11. РЕАЛИЗАЦИЯ МКЭ В ПАКЕТЕ ANSYS

Программный комплекс ANSYS решает методом конечных элементов стационарные и нестационарные, линейные и нелинейные задачи из таких областей физики, как механика твёрдого деформируемого тела, механика жидкости и газа, теплопередача, электродинамика. Возможно решение связанных задач. Для решения задач деформирования конструкций МКЭ применяется в варианте метода перемещений.

Расчёты могут производиться в пакетном (*Batch*) или интерактивном (*Interactive*) режимах. Для пакетного режима предварительно должна быть написана программа пользователя с помощью встроенного языка APDL (ANSYS Parametric Design Language) и команд ANSYS. Текстовый командный файл, содержащий эту программу, считывается средствами пакета ANSYS и выполняется. Пакетный режим удобен при решении сложных задач, алгоритм которых содержит циклы, переходы, структуры «если – то» и пр.

Интерактивный режим работы реализуется или с помощью графического интерфейса пользователя (GUI) классического ANSYS, или на платформе нового продукта Workbench. Эти оболочки состоят из командных меню и окон. Каждая вводимая через меню команда при интерактивном моделировании сразу же выполняется, а результат или сообщение о нём выводятся в соответствующие окна. Интерактивный режим – основной режим моделирования, даже командные файлы для пакетного режима создаются обычно с использованием инструментов интерактивного режима. Решение МКЭ поставленной краевой задачи осуществляется программой ANSYS в три этапа соответственно логике метода. На первом этапе (препроцессинге) создаётся основа конечно-элементной модели исследуемого объекта. Этот этап включает в себя нижеследующие процедуры:

1. Устанавливается физический тип задачи (механика деформируемого твёрдого тела, теплопередача, гидродинамика и т.д.), производится соответствующая настройка программы.

2. Выбирается тип конечного элемента в зависимости от размерности объекта и других его свойств. Могут быть заданы некоторые характеристики элемента.

3. Выбирается материал объекта и указываются все его необходимые свойства. Свойства могут быть заданы с клавиатуры или импортированы из библиотеки материалов ANSYS. Задание свойств определяет модель материала (линейно-упругий, упруго-пластичный, билинейный и т.д.), что влияет на выбор определяющих уравнений МКЭ.

4. Строится геометрическая твёрдотельная модель объекта. В классическом ANSYS для этого используется программный модуль PREP7. В Workbench используется модуль Design Modeler. Геометрическая модель может быть экспортирована из какого-либо CAD-пакета.

5. Геометрическая модель разбивается на конечные элементы. При разбивке могут быть заданы различные параметры сетки.

6. В случае контактной задачи устанавливаются контактные пары, определяется модель контакта и её характеристики.

Второй этап – наложение на модель необходимых физических условий и решение задачи – состоит из трёх основных шагов:

1. Задаются граничные условия – силы, перемещения (связи) и пр.

2. Выбирается тип анализа (статический, динамический, модальный и т.д.). Возможен выбор метода решения системы уравнений МКЭ и задание параметров вычислительных процедур (числа шагов нагружения, числа итераций и др.). 3. Осуществляется решение системы уравнений, полученной методом МКЭ. В результате решения формируется файл результатов, который содержит вектор найденных степеней свободы (узловых перемещений, узловых температур и т.д.).

Третий этап (постпроцессинг) – анализ результатов расчёта. Рассчитанные МКЭ физические величины (перемещения, деформации, напряжения, температуры и др.) представляются в графическом окне ANSYS в виде картинок, таблиц, графиков, анимаций. Все эти результаты можно записать в соответствующие файлы.

При выполнении рассмотренных выше этапов решения задачи программа ANSYS создаёт в памяти компьютера базу данных, содержащую полную информацию о модели. Эту базу данных можно сохранить в бинарном файле и использовать для продолжения анализа.

Модуль помощи (Help) пакета ANSYS предоставляет полную информацию о процедурах моделирования различных задач. Имеется теоретический раздел, где на базе МКЭ рассматриваются применяемые расчётные соотношения.

В последние годы компания ANSYS, Inc. внедряет новую модульную систему – Workbench, которая выводит процесс моделирования на новый современный уровень. Применение Workbench делает моделирование более наглядными, а некоторые манипуляции, в частности, настройку контактных пар, управление сеткой конечных элементов, более простыми, что важно для начинающих пользователей. Workbench более адаптивен к различным пакетам CAD и CAE, имеет встроенный генератор отчётов. Однако следует отметить, что пока Workbench не предоставляет пользователю всех возможностей ANSYS и автоматизирует некоторые важные операции, например выбор типа конечного элемента, что не всегда бывает удобным. Компания ANSYS, Inc. интенсивно развивает Workbench как в части совершенствования графического интерфейса, так и в части расширения возможностей платформы.

В следующей главе будет дано краткое описание платформы Workbench и заложенных в нее принципов моделирования.

58

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Что называется конечно-элементной моделью?

2. Что такое степени свободы элемента, модели?

3. Как выполняется аппроксимация искомых функций в МКЭ?

4. Назовите типы конечных элементов. Что означает порядок конечного элемента?

5. Запишите матричное уравнение жёсткости элемента.

6. Как выводятся общие уравнения МКЭ из условий равновесия узлов?

7. Как обосновать МКЭ на базе принципа возможных перемещений?

8. Запишите разрешающие уравнения МКЭ для статического деформирования.

9. Как выполняется сборка общих матриц из элементных?

10. Назовите основные свойства матрицы жёсткости.

11. Как учитываются граничные условия в перемещениях (связи)?

12. Как привести распределённые нагрузки к узловым?

13. Назовите методы решения уравнений МКЭ в статической задаче.

14. Каковы возможные причины нелинейности уравнений МКЭ?

15. Как записывается матричное дифференциальное уравнение движения МКЭ?

16. Что такое матрица масс и матрица демпфирования?

17.В чем заключается вариационный способ обоснования МКЭ для задачи теплопроводности?

18. Запишите основные матрицы МКЭ для задачи теплопроводности.

19. Запишите разрешающие уравнения МКЭ для стационарной и нестационарной задач теплопроводности.

20. Как решаются дифференциальные уравнения МКЭ для нестационарной задачи теплопроводности?

21. Каковы особенности реализации МКЭ в программе ANSYS?

2. ОСНОВЫ РАБОТЫ В ANSYS WORKBENCH

Центральным объектом при работе в ANSYS Workbench является *проект*, под которым понимается совокупность геометрических, физических и конечно-элементных моделей тел рассматриваемой задачи, а также результатов численного решения. Проект может состоять из одного или нескольких *блоков*, реализующих отдельные виды инженерного анализа. В свою очередь, блок состоит из элементов – структурных частей блока, отвечающих за определенный этап анализа. Можно выделить следующие этапы проведения инженерного анализа:

 разработка модели (препроцессинг). На данном этапе осуществляется подготовка геометрической модели, задание материала и его свойств, генерация конечно-элементной сетки, определение физических условий моделирования. Конечным результатом этапа является модель, подготовленная для численного решения;

 настройка решателя и решение. На данном этапе задаются необходимые настройки решателя, параметры, обеспечивающие сходимость итерационного процесса, и запускается решатель. Конечным результатом этапа является численное решение, полученное с заданной точностью;

– обработка результатов (постпроцессинг). На данном этапе полученное численное решение задачи используется для визуализации распределения необходимых физических величин (напряжений, деформаций, температур и др.). Конечным результатом этапа является набор графиков, анимаций, массивов значений, представляющих необходимые результаты решения задачи.

Процедура инженерного анализа редко бывает линейной. При решении практической задачи, как правило, приходится часто возвращаться к предыдущим этапам, вносить изменения в модели, перестраивать КЭ-сетку, корректировать настройки решателя. Наличие удобных инструментов для этого играет весьма важную роль, так как позволяет существенно ускорить процесс получения численного решения. Платформа Workbench обеспечивает инженера большим количеством инструментов, необходимых на всех этапах анализа, позволяет быстро получать численное решение различными решателями, эффективно организует взаимосвязи между отдельными видами инженерных расчетов.

2.1. ГРАФИЧЕСКИЙ ИНТЕРФЕЙС WORKBENCH

Запуск ANSYS Workbench выполняется из основного меню *Пуск/Программы/ANSYS 12/Workbench*. После загрузки будет выведено основное окно программы, состоящее в свою очередь из нескольких окон. Имена окон отображаются в заголовках (рис. 2.1).



Puc. 2.1

Каждое из окон может быть изменено в размерах, свернуто или закрыто обычными средствами Windows. Ниже представлено описание и функциональные особенности окон.

Окно *Project Schematic* – главное окно проекта, расположено в центре основного окна Workbench (рис. 2.2). Содержит структурные компоненты проекта (блоки) и связи между ними. Такой подход позволяет наглядно представлять части проекта и управлять связями между его отдельными блоками.



Puc. 2.2

Окно Toolbox – окно инстру-

ментов проекта, расположено слева от окна *Project Schematic*. Содержит несколько разделов, отображенных в виде раскрывающихся списков (рис. 2.3). Первый из них: *Analysis Systems* – раздел, содержащий все виды инженерных анализов, выполняемых в ANSYS. Перечень рассматриваемых в настоящем пособии видов инженерного анализа будет дан ниже.

Component Systems – раздел, содержащий отдельные компоненты инженерного анализа, такие как: геометрическая модель, конечноэлементная сетка и др.

Раздел *Custom Systems* содержит шаблоны для связанных инженерных расчетов, то есть когда результаты решения одной задачи являются исходными данными для



Puc. 2.3

другой. Типичным примером связанного анализа может служить термопрочностная задача, в которой для определения прочностных характеристик используются предварительно полученные результаты решения тепловой задачи. Последний раздел *Design Exploration* содержит инструменты для оптимизации моделей по набору геометрических или физических параметров, построения их корреляционных матриц и в настоящем пособии не рассматривается.

Proper	ties of Schematic A3: Geometry	_ ×
-	A	В
1	Property	Value
2	🗏 General	
3	Cell ID	Geometry
4	Geometry Source	•
5	Geometry File Name	D:\1\1_files\
6	Basic Geometry Options	
7	Solid Bodies	~
8	Surface Bodies	
9	Line Bodies	
10	Attributes	
11	Named Selections	

Puc. 2.4

Окно Properties – окно, в котором отображаются свойства выбранного в Project Schematic объекта. Все свойства объекта в данном окне отображаются в виде таблицы, в первом столбце которой записано наименование свойства или параметра, а во втором отражено его значение, либо флажок активации свойства. На рис. 2.4 показано окно свойств элемента Geometry. Если

второй столбец окна свойств не отображается на экране, то нужно увеличить размер окна, перетащив его левую границу влево с помощью мыши.

В нижней части экрана расположено окно *Messages*, которое служит для отображения служебных сообщений, предупреждений или сообщений об ошибках (рис. 2.5). Если компьютер имеет подключение к сети Интернет, то в окне *Messages* могут отображаться новости, рассылаемые компанией ANSYS об обновлениях своих программных продуктов, конференциях пользователей и пр. Управляет отображением окна сообщений кнопка *Hide/Show Messages*, расположенная в нижнем правом углу основного окна Workbench.





Места расположения вышеперечисленных окон внутри основного окна Workbench могут быть изменены пользователем по своему усмотрению. Перетащить окно на новое место можно, удерживая нажатой левую клавишу мыши на заголовке окна. Для восстановления принятых по умолчанию положений всех окон нужно выбрать пункт *Reset Window Layout* в меню *View*.

В верхней части основного окна расположены кнопки для стандартных операций с проектом (рис. 2.6). Помимо операций создания, открытия и сохранения имеется возможность импортировать проект (или его отдельные файлы) формата предыдущих версий Workbench или импортировать файлы других CAD/CAE-систем.



Puc. 2.6

Кнопка *Refresh Project* запускает обновление входных данных проекта, а кнопка *Update Project* считывает обновленные входные данные и запускает пересчет проекта для получения новых результатов анализа. Кнопка *Compact Mode* включает упрощенный вид основного окна Workbench, в котором при наведении курсора на заголовок окна отображено только содержимое проекта (рис. 2.7).

•	A		
1	🐷 Static Structural (ANS)	(S)	
2	Engineering Data	× .	обычному виду
3	00 Geometry	× 🖌	
4	Model	× .	
5	🍓 Setup	2	
6	Giution	1	
7	🥩 Results	1	
	Static Structural (ANS)	(5)	

Puc. 2.7

Основные настройки среды Workbench можно изменить в меню *Tools/Options*. На рис. 2.8 показано окно настроек с указанием основ-

ных групп параметров. Для возврата к настройкам по умолчанию нужно нажать кнопку Restore Defaults в нижней части окна настроек.





Меню Units позволяет задавать систему единиц измерения, принимаемую для всех расчетов в проекте (рис. 2.9). Текущая система единиц отмечена слева галочкой и в любой момент может быть изменена. Следует отметить, что геометрический модуль, модуль симуляции и другие также позволяют в процессе работы изменять систему единиц измерения.

Units	Help
	SI (kg,m,s,K,A,N,V)
~	Metric (kg,m,s,°C,A,N,V)
	Metric (tonne,mm,s,°C,mA,N,mV)
	U.S.Customary (lbm,in,s,°F,A,lbf,V)
	U.S.Engineering (lb,in,s,R,A,lbf,V)
~	Display Values as Defined
	Display Values in Project Units
	Unit Systems

Puc. 2.9

списков с удобной навигацией.

Workbench доступна через меню Help и содержит все необходимые сведения по работе с программой и ее командам. Для получения контекстной справки достаточно нажать клавишу F1, для детального поиска нужной информации необходимо, запустив справочную систему, перейти в окно поиска. Информация в справочной системе сгруппирована по разделам и представлена в виде иерархических

Справочная система ANSYS

2.2. РАБОТА С ПРОЕКТОМ В WORKBENCH

Как было отмечено выше, ANSYS позволяет проводить инженерный анализ различного вида; все они представлены в окне инструментов *Toolbox*, (рис. 2.10). Некоторые виды анализа представлены в следующем перечне:

- Static Structural статический прочностной анализ;
- Transient Structural нестационарный прочностной анализ;
- Steady-State Thermal стационарный тепловой анализ;
- Transient Thermal нестационарный тепловой анализ;
- *Modal* модальный анализ:
- *Harmonic Response* гармонический анализ;
- Linear Buckling анализ устойчивости;
- *Explicit Dynamics* твердотельный динамический анализ.

В скобках после наименования инженерного анализа указан решатель, то есть программный код, выполняющий численное решение задачи. Как видно из рис. 2.10, для инженерного анализа одного вида могут применяться различные решатели: ANSYS, Samcef, MBD и другие.

Структура инженерного анализа для статического прочностного анализа схематично представлена на рис. 2.11. В предыдущих версиях Workbench отдельные этапы анализа создавались последовательно и были представлены в виде дерева. В Workbench 2.0 пользователь сразу выбирает вид инженерного анализа, после чего программа вставляет в



Puc. 2.10

схему проекта соответствующий блок, который содержит все необходимые этапы выполнения анализа (см. рис. 2.11). Проект может содержать несколько таких блоков для разных типов инженерных расчетов, между которыми при необходимости могут устанавливаться связи.



Puc. 2.11

Создать новый блок инженерного анализа в проекте можно двумя способами:

– кликнув и удерживая нажатой левую кнопку мыши перетащить его наименование из окна *Toolbox* в окно *Project Schematic*. При этом возможное место вставки блока анализа ограничено штриховой линией. Таким способом удобно вставлять независимые новые блоки. Порядок вставки зависимых (связанных) блоков будет рассмотрен ниже;

– двойным нажатием левой кнопки мыши на наименовании инженерного анализа в окне *Toolbox*. Таким способом можно вставить только независимый (несвязанный) блок.

Меню управления созданным блоком инженерного анализа в *Project Schematic* вызывается нажатием кнопки в левом верхнем углу блока (рис. 2.12) и позволяет выполнить следующие действия: обновить (*Update*), сделать дубликат блока (*Duplicate*), изменить вид инженерного анализа в блоке (*Replace With*), удалить всю

информацию блока (*Clear Generated Data*), удалить блок (*Delete*), переименовать блок (*Rename*), перейти к окну свойств блока (*Properties*).

Похожее меню имеет каждый элемент блока, для его вызова нужно нажать правую кнопку мыши на элементе (рис. 2.13). В нем отражены операции, выполняемые с данным элементом, такие как редактирование элемента (*Edit*), обновление (*Update*),



Puc. 2.12

передача данных из нового блока (Transfer Data From New) и другие.

Каждый элемент блока инженерного анализа имеет статус, отображаемый справа от его наименования. Если блок только что вставлен, то в нем по умолчанию задаются лишь свойства материала в элементе *Engineering Data*, который при этом помечается галочкой. По мере работы с проектом изменяется статус и других элементов блока (см. рис. 2.11). Если для элемента блока не определены какие-

либо свойства, то его статус отмечается знаком вопроса (см. элемент *Setup* на рис. 2.11). Если для элемента требуется проведение расчетов, то его статус помечается знаком молнии (см. элементы *Solution* и *Results* на рис. 2.11), а если требуется только обновить связи или свойства элемента, то его статус отмечается



Puc. 2.13

знаком *i*

При проведении инженерного анализа в Workbench часто возникает необходимость в установлении связей между отдельными блоками. Например, для сравнения результатов численных расчетов

двух различных решателей нужно создать два блока с одинаковой геометрической моделью, сеткой и начальными параметрами симуляции. Также необходимость связывания блоков может быть обусловлена особенностью анализа, например расчет температурных напряжений, модальный анализ с учетом предварительных напряжений и т.д. Во всех указанных случаях связываемые блоки должны обмениваться информацией и иметь возможность обновлять содержимое при изменениях в зависимых элементах.

совместно используемая связь (share)



Puc. 2.14

Workbench поддерживает два типа связи, устанавливаемой между блоками инженерного анализа: простая связь для передачи данных (*Transfer Data*) или совместно используемая связь (*Share*). При наличии простой связи данные из одного блока передаются как входные в другой блок. При наличии совместно используемой связи устанавливается соответствие между связанными ячейками, что накладывает ограничения на редактирование и сброс данных в зависимых элементах. В этом случае все операции с данными могут быть выполнены только в родительских элементах, а зависимые элементы затеняются серым цветом.

На рис. 2.14 отражена схема связанного статического термопрочностного анализа. В данной задаче свойства материалов (Engineering Data), геометрическая модель (Geometry), КЭ-сетка (Model) используются совместно, поэтому связь данных элементов имеет тип Share. Результаты решения тепловой задачи должны передаваться на вход решения прочностной задачи, поэтому связь элементов Solution в Steady-State Thermal-анализе и Setup в Static Structural-анализе – простая для передачи данных.

Самый простой способ вставки связанного блока инженерного анализа состоит в следующем. Нажав и удерживая нажатой левую кнопку мыши на нужном блоке в окне *Toolbox*, нужно переместить указатель на элемент существующего блока, с которым требуется установить связь. Если, показав на элемент *Geometry*, отпустить левую клавишу мыши, то будет установлена связь между элементами *Engineering Data* и *Geometry*. Если, показав на элемент *Model*, отпустить левую клавишу мыши, то будет установлена связь между элементами *Engineering Data*, *Geometry* и *Model*. Элементы блока, которые могут участвовать в установлении связей, выделены прямоугольником, а типы связей между ними показаны справа (рис. 2.15).



Puc. 2.15

Можно организовать связь между блоками по-другому. В контекстном меню блока (рис. 2.16) пункты *Transfer Data To New* и *Transfer Data From New* позволяют вставить новый связанный блок как подчиненный или как корневой соответственно. Указанные пункты дос-


Puc. 2.16

тупны только в случаях, когда новление связи возможно. В расвающемся списке для связи будут предложены только допустимые блоки. Необходимые связи между отдельными элементами блоков будут созданы автоматически.

В заключение главы рассмотрим файловую структуру проекта в Workbench. Основной файл проекта имеет расширение .wbpj и хранит

только ссылки на модельные файлы и связи между ними. Вместе с основ-

ным файлом проекта на диске создается одноименная папка. Рабочие файлы проекта помещаются в папку *dp0*. При решении задач оптимизации, когда требуется варьировать параметрами модели, на каждый вариант расчета автоматически создается папка *dpN*, где *N*-порядковый номер варианта.

Модельные файлы проекта имеют следующие расширения:

- файлы геометрической модели (.agdb) и КЭ-сетки (.mechdb);

- файл КЭ-сетки (.mechdb);

- файл с результатами решения задачи (file.rst);

– командный файл ANSYS, автоматически генерируемый Workbench (ds.dat);

- файл с сообщениями об ошибках (file.err);

- файл с выходной информацией решателя (solve.out).

Входные пользовательские файлы, файлы с графиками, диаграммами, полученными по результатам численного решения, хранятся в подкаталоге *user_files*.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Запустите ANSYS Workbench. Ответьте на следующие вопросы:

- Что называется проектом в Workbench?

- Для чего предназначены окна Project Schematic и Toolbox?

– Какие виды инженерного анализа реализуются блоками *Static Structural*, *Transient Structural*, *Steady-State Thermal* и *Modal*?

- Какие основные элементы имеет каждый блок инженерного анализа?

- Для чего предназначена кнопка Import на панели инструментов?

– Для чего предназначены кнопки *Refresh Project* и *Update Project* на панели инструментов?

2. Создайте новый проект и разместите в нем блок статического прочностного анализа. Переименуйте созданный блок как «Статический анализ». Добавьте в проект еще один независимый блок модального анализа и задайте ему имя «Модальный анализ». Ответьте на следующие вопросы:

- Какие этапы инженерного анализа реализуются в элементах Geometry, Model, Results?

- Что показывают значки в правой части каждого элемента блока?

– Как вызывается контекстное меню элемента блока? Какие команды оно содержит?

- Можно ли заменить вид инженерного анализа в блоке, не удаляя его?

– Изменятся ли параметры КЭ-сетки в блоке «Статический анализ», если их изменить в блоке «Модальный анализ»?

3. Поставлена задача: исследовать прочность конструкции при заданном нагружении и нагреве до высокой температуры. Создайте новый проект и разместите в нем необходимые связанные блоки инженерного анализа. Ответьте на следующие вопросы:

– Что дает установление связей между блоками? Каким типам принадлежат созданные связи?

- Какой блок является корневым, а какой подчиненным?

– Как изменить свойства подчиненного элемента?

Как вставить новый блок, не задавая связей?

4. Какое расширение имеет файл проекта Workbench?

5. В каком файле сохраняется файл геометрической модели?

6. Что сохраняется в файле *file.rst*?

3. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Этап построения геометрической модели реализуется элементом *Geometry*. Геометрическая модель создается в модуле Design Modeler, который реализует современные методы моделирования плоской и трехмерной геометрии. Кроме стандартных инструментов геометрического моделирования Design Modeler имеет ряд специальных функций, позволяющих подготовить модель к инженерному анализу в ANSYS, и является удобным для начинающего исследователя.

Properti	es of Schematic A3: Geometry	_ ×
-	A	В
1	Property	Value
2	🗉 General	
3	Cell ID	Geometry
4	Geometry Source	
5	Geometry File Name	
6	Basic Geometry Options	
7	Solid Bodies	
8	Surface Bodies	
9	Line Bodies	
10	Parameters	 Image: A start of the start of
11	Parameter Key	DS
12	Attributes	
13	Named Selections	
14	Material Properties	
15	Advanced Geometry Opti	ons
16	Analysis Type	3D 🔻
17	Use Associativity	
18	Import Coordinate Systems	
19	Import Work Points	
20	Reader Mode Saves Updated File	
21	Import Using Instances	~
22	Smart CAD Update	
23	Enclosure and Symmetry Processi	~
24	Mixed Import Resolution	None 🔻

Перед построением или импортом геометрической модели можно, кликнув правой кнопкой мыши на элементе Geometry, изменить его настройки, которые отображаются в оксвойств *Properties* (рис. 3.1). не В группе Basic Geometry Options можно выбрать типы геометрических объектов, атрибуты, параметры, именованные группы выделения, свойства материалов, которые будут передаваться при импорте модели, в группе Advanced Geometry Options можно задать специальные настройки: указать тип моделирования (по умолчанию выбрано 3D - трехмерное моделирование), взаимосвязь с имеющейся САD-системой, возможность импорта координатных систем вместе с геометрической моделью и другие. Эти опции задаются, как правило, в начале работы с проектом.

Puc. 3.1

После того как новый инженерный анализ создан, можно приступать к построению геометрической модели. Для этого, кликнув правой кнопкой мыши на строке *Geometry*, вызываем контекстное меню, в котором нужно выбрать пункт – *New Geometry* (рис. 3.2). Workbench запускает геометрический моделировщик Design Modeler; по окончании загрузки будет выведено его основное окно, показанное на рис. 3.3.

Если геометрическая модель уже



Puc. 3.2

создана ранее с помощью Design Modeler-а или в какой-либо CADсистеме, то ее можно импортировать, выбрав пункт меню *Import Geometry*. ANSYS поддерживает множество популярных форматов геометрических моделей, таких как: Parasolid (.x_b, .x_t), IGES (.iges, .igs), SolidWorks (.SLDPRT, .SLDASM), Unigraphics NX (.prt), Inventor (.ipt, .iam), Pro/Engineer (.prt, .asm), ACIS (.sat) и другие. Файл геометрической модели, созданный в Design Modeler, имеет расширение .agdb. Если в дальнейшем требуется удалить импортированную геометрию из проекта, нужно в контекстном меню выбрать пункт *Reset* (см. рис. 3.2).

3.1. ГРАФИЧЕСКИЙ ИНТЕРФЕЙС МОДУЛЯ DESIGN MODELER

Основное окно Design Modeler включает следующие основные элементы:

 – главное меню и панели инструментов. Позволяют управлять работой модуля и содержат команды для работы с геометрической моделью. Панели инструментов предоставляют быстрый доступ к наиболее важным или часто используемым командам;

– дерево построения (*Tree Outline*). Содержит иерархическую последовательность команд построения геометрической модели;

– окно свойств выделенного элемента (*Details View*). Отображает различные настройки выделенных объектов или команд моделирования;

- окно модели (Graphics). Отображает текущий результат моде-

лирования.



Puc. 3.3

Главное меню содержит следующие пункты:

- *File* - позволяет выполнять основные операции с файлами геометрии;

- *Create* - позволяет создавать и модифицировать трехмерные объекты;

- *Concept* - содержит инструменты для создания линий и поверхностей;

Tools – содержит набор инструментов для постобработки трехмерных моделей, а также позволяет задавать настройки модуля и управлять параметризацией модели;

- *View* - позволяет задавать настройки отображения геометрической модели;

– *Help* – дает доступ к справочной системе по модулю Design Modeler.

Дерево построения (Tree Outline) является важнейшим инструментом моделирования и позволяет представлять в удобном виде последовательность создания геометрической модели (рис. 3.4). В дереве построения отражены все операции в том порядке, в котором они применялись для создания геометрии. Некоторые команды могут быть соподчиненными, то есть результат выполнения одной является исходным для другой. По умолчанию новые команды добавляются в конец дерева





построения, однако пользователь может вставлять их между уже существующими. Это достигается путем вставки команды с помощью контекстного меню, вызываемого на требуемом месте вставки (рис. 3.6). Подробнее о контекстном меню дерева построения будет рассказано в п. 3.4.



Puc. 3.5

Окно свойств выделенного элемента (*Details View*) отображает свойства текущего объекта, выбранного в дереве построения (см. рис. 3.6). Это могут быть параметры команд построения геометрических объектов, значения размеров, перечень структурных элементов

объекта и другие параметры. В данном окне можно изменять свойства объектов, выбирая необходимые пункты из выпадающего меню или просто задавая численные значения параметров.

	 A: Steady-State Thermal XYPlane XZPlane XZPlane YZPlane YZPlane Y IPlant 	(ANSYS)
Sketo	hing Modeling	
Details	s View	ф.
- Det	Details of Box1	
Box	(Box1
Bas	e Plane	XYPlane
Op	eration	Add Material
Box	Туре	From One Point and D
Poi	nt 1 Definition	Coordinates
	FD3, Point 1 X Coordinate	0 mm
	FD4, Point 1 Y Coordinate	0 mm
	FD5, Point 1 Z Coordinate	0 mm
Dia	gonal Definition	Components
	FD6, Diagonal X Component	30 mm
	FD7, Diagonal Y Component	30 mm
	FD8, Diagonal Z Component	30 mm

Окно модели (*Graphics*) отображает текущий результат моделирования, позволяет изменять вид, поворачивать и масштабировать модель. Управлять отображением можно кнопками на панели управления отображением или с помощью клавиатуры и мыши. Назначение кнопок панели управления отображением представлено на рис. 3.7. Перейдя в нужный режим, управление видом осуществляется перемещением указателя при нажатой левой кнопке мыши.

Однако наиболее удобным яв-

ляется управление с помощью

клавиатуры и мыши. При этом

Puc. 3.6

кнопки мыши реализуют следующие функции:

– левая кнопка мыши – выделение объектов. Для выделения одного геометрического объекта нужно просто кликнуть на нем левой кнопкой мыши. Если при выделении объекта дополнительно нажата клавиша *Ctrl*, то он добавляется в группу выделения. Для исключения объекта из группы нужно еще раз кликнуть на него левой кнопкой мыши при нажатой клавише *Ctrl*. Для непрерывного выделения нужно удерживая нажатой левую клавишу мыши проводить курсор по требуемым объектам. Выделенные объекты закрашиваются зеленым цветом.

– средняя кнопка мыши – свободное вращение модели. Для этого нужно удерживать нажатой среднюю кнопку мыши и перемещать курсор. Если вместе со средней кнопкой нажата клавиша *Ctrl*, то про-

исходит линейный сдвиг модели, а если нажата клавиша *Shift*, то происходит масштабирование текущего вида модели. Отметим, что при этом не происходит перехода в соответствующий режим свободного вращения, сдвига или масштабирования – это можно сделать, только нажав соответствующую кнопку на панели (см. рис. 3.7).

– правая кнопка мыши – масштабирование рамкой. Удерживая нажатой правую кнопку мыши нужно перетащить курсор в другое место экрана и отпустить кнопку. Начальное и конечное положение курсора задают диагональ прямоугольной рамки, содержимое которой масштабируется на экране. Кроме этого, правая кнопка мыши открывает контекстное меню объекта.





Находясь в режиме свободного вращения нажатием левой кнопки мыши можно задавать локальный центр вращения, который отображается небольшой сферой красного цвета. Для удаления локального центра вращения нужно нажать клавишу *Esc*.

Геометрическая модель, как правило, состоит из объектов разных типов: точки, линии, поверхности и объемы. Design Modeler предоставляет возможность выбора типа объектов, которые будут выделяться с помощью левой кнопки мыши. Доступны два режима выделения: обычный и с помощью рамки. При выделении рамкой с помощью мыши задаются границы рамки и все объекты выбранного типа, попадающие внутрь заданной рамки, считаются выделенными. Для выбора типа выделяемых объектов на панели выделения предусмотрены соответствующие кнопки (рис. 3.8).



F	Pur	3	8
1	nc.	υ.	L.

Последняя кнопка на панели выделения раскрывает меню, предоставляющее расширенные возможности выделения смежных объектов. Если угол между нормалями к двум объектам не превышает некоторой заданной величины («уровень гладкости сопряжения»), то при выборе пункта *Extend to Adjacent* вместе с выделением одного объекта выделяется и смежный с ним. Команда *Extend to Limits* аналогична предыдущей команде, примененной несколько раз; выделение смежных объектов выполняется до тех пор, пока это возможно. Для совместного выделения смежных скруглений применяется команда *Flood Blends*. Для выделения всех поверхностей, смежных с выделенной и ограниченных заданными ребрами, используется команда *Flood Area*.

При выделении поверхностей в объемных телах может возникнуть ситуация, когда нужная поверхность скрыта другими, и кликнуть на ней мышью становится достаточно сложно. Design Modeler автоматически распознает это и предлагает автоматически выделять поверхности, скрываемые текущим выделением, с помощью выбора условных поверхностей, появляющихся в левом нижнем углу окна модели (рис. 3.9). Для этого нужно последовательно перебирать условные поверхности и отслеживать изменение в текущем выделении. Текущее выделение всегда подсвечивается зеленым цветом, а у выделенных скрытых поверхностей легко видеть зеленый контур.





3.2. СОЗДАНИЕ ЭСКИЗА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Создание любой геометрической модели начинается с выбора координатной плоскости для первичных построений. После этого на выбранной плоскости создается эскиз, состоящий из точек и линий, представляющий собой прообраз модели или какой-либо ее части. В дальнейшем к эскизу можно применять различные операции и получать на его основе трехмерные объекты. В соответствии с этим мо-

дуль Design Modeler работает в двух режимах: режиме эскизирования (*Sketching*) – когда создается или редактируется эскиз, и режиме моделирования (*Modeling*) – когда выполняются различные операции с эскизом для получения объемных тел. Переключение между указанными режимами выполняется выбором одноименных закладок в нижней части окна дерева построения (рис. 3.10).



Puc. 3.10

В Design Modeler используется обычная прямоугольная система декартовых координат Oxyz, при этом каждая ось имеет собственный цвет: ось x – красный, ось y – зеленый, ось z – синий. Создавая новую плоскость для моделирования, можно изменять начальную ориентацию связанных с ней координатных осей, но их цвет останется при этом неизменным. Выбрать плоскость можно, нажав левой кнопкой мыши на ее значок в дереве построения. Строить эскиз можно в любой из координатных плоскостей: Oxy (*XYPlane*), Oxz (*ZXPlane*), Oyz (*YZPlane*). Создать собственную плоскость можно, выбрав пункт ме-

ню *Create*→*New Plane* или нажав кнопку на панели инструментов. Необходимые параметры создания новой плоскости задаются в окне *Details View*. Можно задать имя плоскости (параметр *Plane*) и создать ее следующими способами (рис. 3.11):

- From Plane - на основе существующей плоскости;

- From Face - на основе существующей поверхности тела;

- From Point and Edge – по точке и ребру;

- *From Point and Normal* - по точке и линии, которая будет перпендикулярна создаваемой плоскости;

- From Three Points - по трем существующим точкам;

- *From Coordinates* - по координатам трех точек, задаваемым непосредственно пользователем.

Для всех способов создания плоскости, кроме координатного, необходимо указать базовый объект или объекты – плоскость (*Base Plane*), поверхность (*Base Face*), точку и ребро (*Base Point, Base Edge*) и т.д. После выбора базовых объектов к плоскости можно применять различные преобразования, которые можно разделить на следующие группы:

– преобразования координатных осей (*Axes*) – смена направлений, отражение осей, выравнивание по глобальным осям;

– смещение (*Offset*) – линейное перемещение плоскости вдоль координатной оси;

– поворот (*Rotate*) – поворот плоскости вокруг выбранной координатной оси.



Puc. 3.11

Выбрать нужное преобразование можно в раскрывающемся списке для пункта *Transform* или в контекстном меню, кликнув левой кнопкой мыши на этом пункте. Можно задать несколько таких преобразований и управлять последовательностью их применения: с помощью команд *Move Transform Up* – сделать выделенное преобразование предыдущим и *Move Transform Down* – сделать выделенное преобразование последующим. Удалить преобразование можно с помощью команды *Remove Transform*.

После того как необходимые параметры создания плоскости заданы, нужно завершить команду, нажав кнопку *Generate* на панели инструментов. По нажатию этой кнопки Design Modeler выполняет построение плоскости и отображает ее в окне модели. Вообще, нажатие кнопки *Generate* является завершающим этапом любых построений; она также позволяет перестроить всю геометрическую модель, если в нее внесены какие-либо изменения.

Каждая плоскость может содержать один или несколько эскизов, но работать в режиме эскизирования можно только с одним эскизом. Для создания эскиза нужно выделить нужную плоскость в дереве построения и нажать кнопку *на* панели инструментов. Будет создан

новый эскиз с именем *Sketch1*, который включается в дерево построения как объект, ассоциированный с выбранной плоскостью. Вызывая контекстное меню на эскизе в дереве построения, можно управлять глобальными параметрами эскиза: скрыть эскиз (*Hide Sketch*), перейти к виду со стороны нормали к эскизу (*Look at*), вывести взаимосвязи эскиза с другими объектами (*Show Dependencies*), переименовать (*Rename*) и удалить (*Delete*) эскиз. Для начала работы с эскизом рекомендуется установить вид по нормали к нему (*Look at*) и перейти в режим эскизирования, выбрав закладку *Sketching*.

В режиме эскизирования окно дерева построения (*Tree Outline*) сменяется на окно инструментов эскизирования (*Sketching Toolboxes*), которое содержит следующие группы (рис. 3.12):

- Draw - инструменты рисования эскиза;

- Modify - инструменты редактирования эскиза;

- Dimensions – инструменты для задания размеров эскиза;

- *Constraints* – инструменты для задания ограничений и геометрических условий между элементами эскиза;

– Settings – параметры сетки окна построения эскиза.

Draw	
N Line	1.0
🖌 Tangent Line	
6 Line by 2 Tangents	
A Polyline	
Polygon	
Rectangle	
Rectangle by 3 Points	
Oval	
S Circle	
Circle by 3 Tangents	
Arc by Tangent	
🗥 Arc by 3 Points	
Arc by Center	
Ma JCC -	-
iviodity	
Dimensions	
Dimensions Constraints	
Dimensions Constraints Settings	

Puc. 3.12

Рекомендуется следующий общий порядок построения эскиза: с помощью инструментов рисования изобразить эскиз, не учитывая размеры его отдельных элементов. При этом могут потребоваться инструменты из группы *Modify* для редактирования геометрических объектов или *Constraints* – для задания ограничений. После того как общий контур эскиза создан, нужно задать ему необходимые размеры и завершить построение эскиза нажатием кнопки *Generate*. Прежде чем рисовать эскиз, можно задать сетку с заданными параметрами, отображаемую в окне построения. С ее помощью легко создавать геометрические объекты требуемых размеров, ориентируясь по ячейкам сетки. При построении геометрических объектов будет активна привязка курсора к узлам сетки, также можно настроить дополнительные позиции привязки внутри ячейки.

Все необходимые параметры сетки задаются в группе *Settings* окна *Sketching Toolboxes*. Характеристика параметров сетки:

– отображение сетки (*Grid*). Параметр содержит две опции: *Show in* 2D – отображать сетку в окне построения и *Snap* – активировать привязку указателя к узлам сетки;

 – размер основной ячейки сетки (*Major Grid Spacing*). Параметр определяет расстояние между узлами основных ячеек сетки. Основные ячейки сетки изображаются сплошными линиями;

– число разбиений основной ячейки (*Minor-Steps per Major*). Параметр определяет количество делений внутри основных ячеек. Дополнительные ячейки, полученные внутренним разбиением, изображаются штриховыми линиями; значение, равное единице, означает отсутствие внутреннего разбиения;

– привязка внутри дополнительных ячеек (Snaps per Minor). Параметр задает число равноотстоящих точек привязки внутри дополнительных ячеек, полученных разбиением основных ячеек. Точки привязки на экране не отображаются, их наличие приводит к тому, что при перемещении указателя внутри дополнительной ячейки он будет привязываться к точкам, равноотстоящим друг от друга и от граничных точек ячейки. Значение, равное единице, означает привязку только к граничным точкам дополнительной ячейки.

Для создания эскиза используются различные инструменты из групп *Draw*, *Modify*, *Dimensions*, *Constraints*. Далее будет представлено описание назначения и особенностей использования команд указанных групп. Более подробные сведения о командах создания, редактирования и управления эскизом можно получить в справочной системе ANSYS по модулю Design Modeler.

3.2.1. ИНСТРУМЕНТЫ РИСОВАНИЯ

Design Modeler реализует стандартные команды для рисования простейших элементов эскиза. Краткая характеристика команд группы *Draw* представлена в следующем перечне:

– Простой отрезок (*Line*). Позволяет построить отрезок путем указания начальной и конечной точки;

– Отрезок, касательный к объекту (*Tangent Line*). Позволяет построить отрезок по касательной к заданному объекту в выбранной точке. Нажав и удерживая нажатой левую кнопку мыши на выбранной точке объекта, нужно перетащить указатель до конечной точки отрезка;

– Отрезок, касательный к двум объектам (*Line by 2 Tangents*). Аналогично предыдущей команде строится отрезок по касательной к двум выбранным объектам;

– Полилиния (*Polyline*). Позволяет построить ломаную линию. После построения последнего звена ломаной нужно завершить команду, вызвав нажатием правой кнопки мыши контекстное меню и выбрав пункт *Open End*. Если требуется замкнуть ломаную, то нужно выбрать пункт *Closed End*;

– Многоугольник (*Polygon*). Позволяет построить правильный многоугольник с заданным числом углов. Для построения нужно указать лишь его центр и задать число углов в параметре *n*;

– Прямоугольник (*Rectangle*). Позволяет построить прямоугольник, указав две крайние точки его диагонали. Для построения прямоугольника по трем точкам нужно выбрать команду *Rectangle by 3 Points*;

 Овал (Oval). Позволяет построить фигуру, ограниченную двумя параллельными отрезками и касательными к ним дугами окружностей. Для построения необходимо указать центры дуг окружностей и их радиус;

– Окружность (*Circle*). Позволяет построить окружность, указав ее центр и радиус. Для построения окружности, касательной к трем объектам, необходимо воспользоваться командой *Circle by 3 Tangents*;

- Дуга (Arc by Tangent). Позволяет построить дугу, касательную

к заданному отрезку в начальной и конечной точках. Для построения необходимо задать начальную и конечную точки отрезка, при этом имеет значение последовательность их указания. Также дугу можно построить по трем ее точкам (*Arc by 3 Points*) или указав центр дуги и две ее точки (*Arc by Center*);

– Эллипс (*Ellipse*). Позволяет построить эллипс, указав его центр и две точки;

– Гладкая кривая (*Spline*). Позволяет построить кривую, указывая ее характерные точки перегиба или скругления. Порядок построения аналогичен команде *Polyline*. Для завершения команды нужно вызвать контекстное меню и выбрать один из следующих пунктов: незамкнутая кривая (*Open End*), незамкнутая кривая с характерными точками (*Open End with Points*), замкнутая кривая (*Closed End*), замкнутая кривая с характерными точками (*Closed End*), замкнутая кривая с характерными точками (*Closed End with Points*);

– Геометрическая точка (*Construction Point*). Позволяет задать точку для геометрических построений. Если требуется задать точку, являющуюся пересечением двух кривых, то нужно выбрать команду *Construction Point at Intersection*, после чего указать на пересекающиеся объекты.

Выбор команды построения осуществляется нажатием на нее левой кнопкой мыши в окне инструментов эскизирования (*Sketching Toolboxes*). Для отмены выбора нужно нажать клавишу *Esc*. Любое построение можно отменить, вернувшись к предыдущему состоянию, для этого нужно нажать кнопку *Undo* на панели инструментов. Повторение отмененного шага выполняется нажатием кнопки *Redo*.

Состояние команды геометрического построения отражается в нижней строке окна построения. В ней даются инструкции по текущему шагу команды, то есть описываются действия, которых команда ожидает от пользователя. В процессе выполнения команды геометрического построения возможен откат на один шаг назад. Для этого нужно вызвать контекстное меню, нажав правой кнопкой мыши в любом месте окна построения, и выбрать пункт *Back*.

De	atails View		д
Ξ	Details of Cr97		-
	Full Circle	Cr97	1
	Sketch	Sketch4	
	Length	257,91 mm	
	Radius	41,048 mm	
	Constraint Status	Under-Constrained	111
	Constraints Needed	Radius	
-	Point Cr97.Center		
	X coordinate	0 mm	
	Y coordinate 0 mm		
	Constraint Status	Well Defined	
	Coincident	Origin Point Origin	-

Каждый построенный геометрический объект имеет ряд свойств, которые отображаются при его выделении в окне *Details View*. На рис. 3.13 показаны свойства выделенной окружности. В этом окне можно задать имя окружности (параметр *Full Circle*). Остальные поля содержат информацию о наложенных связях на

Puc. 3.13

кривую, координатах центра, радиусе и других параметрах, которые не могут быть изменены в этом окне.

3.2.2. ИНСТРУМЕНТЫ РЕДАКТИРОВАНИЯ ЭСКИЗА

Инструменты редактирования эскиза позволяют изменять созданные геометрические объекты. Команды группы *Modify* и их характеристика представлены в следующем перечне:

– Скругление угла (*Fillet*). Выполняет скругление угла, образованного двумя отрезками. Для этого нужно выделить отрезки, образующие угол и задать радиус скругления в параметре *Radius*. Скругление может быть выполнено и между непересекающимися отрезками. Выбрав команду и вызывая затем контекстное меню правой кнопкой мыши, можно управлять параметрами построения скругления: усекать оба отрезка (*Trim Both*), усекать один и них (*Trim 1st, Trim 2nd*), ничего не усекать (*Trim None*), построить полную окружность (*Full Circle*);

– Фаска (*Chamfer*). Создает фаску выделенного угла. Длина фаски задается параметром *Length*. Для выполнения команды нужно последовательно выделить два отрезка, образующих угол. Параметры построения фаски задаются через контекстное меню и аналогичны команде скругления;

Угол (*Corner*). Образует угол по двум отрезкам путем достраивания или усечения их до точки пересечения. Для выполнения команды нужно последовательно выделить два отрезка, после образования угла выступающая часть отрезка автоматически усекается;

– Усечение (*Trim*). Усекает отрезок или кривую до ближайшей точки пересечения с другим отрезком или кривой; если такого пересечения нет, то объект удаляется полностью. Для выполнения команды нужно кликнуть на усекаемую часть. Если при усечении отрезка требуется не учитывать координатные оси, то нужно отметить галоч-кой пункт *Ignore Axis*;

– Продолжение (*Extend*). Достраивает выделенный отрезок до пересечения с ближайшим отрезком или осью. Для исключения координатных осей используется аналогичный параметр *Ignore Axis*;

– Разделение (Split). Разделяет отрезок или кривую на части. Выбрав команду необходимо вызвать контекстное меню и указать способ разделения: Split at Select – разделить, кликнув мышью по месту разделения на требуемом объекте, Split Edges at Point – разделить на части, указав существующую точку на объекте; Split Edges at All Points – разделить на части по существующим точкам на объекте; Split Edge into n Equal Segments – разделить объект на n частей одинаковой длины;

Изменение (*Drag*). Изменяет положение и размеры выделенных объектов. Для выполнения команды нужно, нажав и удерживая нажатой левую клавишу мыши на любой точке объекта, перемещать указатель. Изменение объекта зависит от наложенных на него ограничений. С помощью этой команды можно перемещать отрезки, изменять их длину, направление, изменять размеры геометрических фигур;

– Вырезание (*Cut*). Удаляет выделенные объекты в буфер для последующей вставки их в другое место эскиза. При этом используется понятие «точка привязки» (*Paste Handle*) – позиция, с которой сопоставляются выделенные объекты. Выполнение команды происходит в несколько этапов. Сначала необходимо запустить команду, кликнув на ней, и выделить объекты для удаления. Следующий шаг состоит в вызове контекстного меню (правой кнопкой мыши) и указании точки привязки: *End/Set Paste Handle* – завершить выделение и указать точку привязки для него, *End/Use Plane Origin as Handle* – завершить выделение и задать в качестве точки привязки начало координат текущей плоскости, *End/Use Default Paste Handle* – завершить выделение

и задать в качестве точки привязки начальную точку первого выделенного объекта. Пункт Clear Selection позволяет очистить текущее выделение. После выбора точки привязки выделенные объекты удаляются в буфер, затем кликом мыши нужно указать их новое местоположение. При этом будет запущена команда вставки (*Paste*), которая позволяет задать два параметра: угол поворота (r) и масштабный множитель (f) для предварительного преобразования вставляемых объектов. Выбрать команду преобразования можно в контекстном меню (рис. 3.14), вызываемом нажатием правой кнопки мыши в окне построения. После выбора команды нужно кликнуть левой кнопкой мыши на место вставки и преобразованные объекты будут вставлены из буфера. Процедуру преобразования и вставки можно, при необходимости, повторить несколько раз. Для завершения команды нужно снова вызвать контекстное меню и выбрать пункт End. Для отмены команды на любом этапе выполнения нужно нажать клавишу *Esc*. Если сначала выбрать объекты, а затем запустить команду, то выделение будет считаться завершенным и далее нужно будет указывать точку привязки;

Rotate by r Degrees	- поворот на <i>г</i> градусов против часовой стрелки
Rotate by -r Degrees	- поворот на <i>г</i> градусов по часовой стрелке
Flip Horizontal	- отразить горизонтально
Flip Vertical	- отразить вертикально
Scale by factor f	- увеличить в f раз
Scale by factor 1/f	- уменьшить в f раз
Paste at Plane Origin	- вставить в начало координат текущей плоскости
Change Paste Handle	- изменить точку привязки

Puc. 3.14

– Копирование (*Copy*). Выполняет копирование выделенных объектов. Данная команда копирует выделенные объекты в буфер, в отличие от команды *Cut*, которая выполняет удаление в буфер; в остальном они полностью аналогичны.

– Перемещение (*Move*). Выполняет перемещение объектов. Выполнение команды аналогично копированию, только выполняется все время с выделенными объектами и повторное применение не создает новых объектов;

Размножение (*Replicate*). Размножает выделенные объекты.
 Выполнение команды аналогично команде перемещения, а повторное применение приводит к созданию новых объектов;

– Дублирование (Duplicate). Выполняет копирование выделенных объектов в новый эскиз текущей плоскости. Перед выполнением команды нужно создать новый эскиз в текущей плоскости (рис. 3.15), после этого выделить точки или кривые в старом эскизе и активировать команду, кликнув на ней правой кнопкой мыши. Все выделенные объекты будут скопированы в новый эскиз;



Puc. 3.15

– Смещение (Offset). Создает новый объект, смещенный относительно выделенного. Сначала нужно активировать команду и выделить нужные объекты. Для завершения выделения вызывается контекстное меню правой кнопкой мыши, в котором нужно выбрать пункт End Selection/Place Offset. Затем с помощью указателя задать величину смещения и, кликнув левой кнопкой мыши, создать смещенные объекты. Если сначала выделить объекты, а затем активировать команду, то выделение будет считаться завершенным;

– Редактирование кривой (Spline Edit). Данная команда предназначена для редактирования кривой, созданной командой Spline. Сначала необходимо активировать команду и выделить кривую. После этого, нажав и удерживая нажатой левую кнопку мыши на точке кривой, перемещать указатель, изменяя вид кривой. Дополнительные опции команды доступны в контекстном меню и включают возможности добавления новых точек перегиба или скругления кривой, изменения управляющих точек и перестройки кривой.

3.2.3. ЗАДАНИЕ ОГРАНИЧЕНИЙ И СВЯЗЕЙ МЕЖДУ ОБЪЕКТАМИ

После того как создан основной контур эскиза, может потребоваться доработка его составляющих с помощью введения ограничений и связей, устанавливаемых на взаимное расположение геометрических объектов. Это позволяет исключить возможные ошибки при сопряжениях объектов, точно задать их положение в пространстве и по отношению друг к другу. После наложения ограничений перемещение объекта может происходить только в направлениях, допускаемых связями. Команды группы *Constraints*, задающих возможные ограничения и их характеристики, представлены в следующем перечне:

– Неизменяемость объекта (*Fixed*). Наложение данной связи запрещает объекту любые перемещения и изменения размеров. Для задания связи нужно выделить объект и активировать команду (указанные действия можно выполнить и в обратной последовательности). Для отрезков можно оставить незафиксированными концевые точки – этим управляет параметр *Fixed Endpoints* – в этом случае можно изменять длину отрезка. Контур неизменяемого объекта изображается черным цветом;

Горизонтальность (*Horizontal*). Наложение данной связи устанавливает горизонтальное положение выделенным отрезкам (параллельно оси *X*). Если выбран эллипс, то по оси *X* выравнивается его большая полуось;

- Вертикальность (*Vertical*). Наложение данной связи устанавливает вертикальное положение выделенным отрезкам (параллельно оси *Y*). Если выбран эллипс, то по оси *Y* выравнивается его большая полуось;

– Перпендикулярность (*Perpendicular*). Наложение данной связи на два пересекающихся отрезка делает их взаимно перпендикулярными. Если выбраны две пересекающиеся кривые, то они выравниваются по перпендикулярности касательных к ним в точке пересечения. Если сначала выделить объекты, а затем активировать команду, то второй и все последующие объекты будут выровнены перпендикулярно первому;

- Касание (*Tangent*). Наложение данной связи на два объекта устанавливает их в положение касания друг с другом. Если сначала вы-

делить объекты, а затем активировать команду, то второй и все последующие объекты будут выровнены в касание к первому;

 Совпадение (*Coincident*). Наложение данной связи на две точки, два отрезка или точку и кривую объекта устанавливает их совпадение. Две гладкие кривые нельзя сделать совпадающими;

 Середина (*Midpoint*). Наложение данной связи на отрезок и какую-либо его точку перемещает последнюю в середину отрезка. Можно выделить несколько пар отрезок-точка перед активацией этой команды;

– Симметрия (Symmetry). Наложение данной связи на две точки или два отрезка делает их симметричными относительно выбранной оси. Для задания связи нужно активировать команду, выбрать ось симметрии, затем указать два однородных объекта (точки, отрезки). Для двух кривых можно задавать симметрию между их конечными точками. Изменить ось симметрии можно в контекстном меню команды (параметр Select new symmetry axis);

– Параллельность (*Parallel*). Наложение данной связи на два отрезка делает их параллельными друг другу. Если в качестве второго объекта выбран эллипс, то параллельными становятся его большая полуось и выделенный отрезок. Контекстное меню команды, вызываемое нажатием правой кнопки мыши, позволяет задавать опцию для множественного выбора (параметр *Select multiple*). При этом выделенный второй объект становится первым для следующей пары и т.д.;

 Концентричность (*Concentric*). Наложение данной связи на дуги, окружности или эллипсы делает их центры совпадающими. Контекстное меню, аналогично предыдущей команде, позволяет задавать опцию для множественного выбора;

 Одинаковые радиусы (*Equal Radius*). Наложение данной связи на дуги или окружности делает их радиусы одинаковыми. Контекстное меню, аналогично предыдущей команде, позволяет задавать опцию для множественного выбора;

 Одинаковая длина (*Equal Length*). Наложение данной связи на два отрезка делает их длины одинаковыми. Контекстное меню, аналогично предыдущей команде, позволяет задавать опцию для множественного выбора;

– Одинаковое расстояние (Equal Distance). Наложение данной связи на четыре выделенных точки или отрезка попарно выравнивает расстояние между ними. С помощью этой команды также можно выравнивать расстояния между точками и отрезками. Множественный выбор с помощью опции в контекстном меню дает возможность выравнивать расстояния в последовательных парах объектов (1-2 и 2-3, 2-3 и 3-4 и т.д.).

При построении эскиза Design Modeler пытается автоматически определять некоторые ограничения, такие как: вертикальное или горизонтальное положение, касание объектов, совпадение точек, концентричность окружностей и др. Характерные случаи автоопределения ограничений показаны на рис. 3.16.





Команда Auto Constraints управляет автоопределением ограничений. Она имеет два режима: Cursors и Global. В режиме Cursors автоматически определяются совпадение, касание и перпендикулярность для новых объектов и тех, на которые указывает в текущий момент указатель мыши. В режиме Global определяются все ограничения для всех объектов текущей плоскости.

В процессе работы с эскизом Design Modeler отслеживает все заданные ограничения. Если эскиз содержит множество геометрических объектов и связей между ними, или плоскость содержит много эскизов, то время операций редактирования, перемещения может ощутимо увеличиваться. Для ускорения работы в этом случае рекомендуется временно отключать автоопределение ограничений. Иногда бывает необходимо построить объекты очень близко друг к другу, что может быть невозможным, так как Design Modeler автоматически распознает какую-либо связь между ними. Для этого также можно временно изменить параметр *AutoConstraints*.

3.2.4. ЗАДАНИЕ РАЗМЕРНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭСКИЗА

Завершающим этапом в создании эскиза является задание размерных параметров для геометрических размеров, таких как длины отрезков, величины углов, радиусы или диаметры окружностей, расстояния до координатных осей и др. Созданный геометрический объект, например отрезок, конечно, имеет некоторую длину, но Design Modeler считает его не имеющим размерных параметров. Строго говоря, данный этап не является обязательным, но, тем не менее, он необходим для последующего управления геометрической моделью.

Для того чтобы свободный отрезок был полностью определен, необходимо задать ему следующие параметры: длину, расстояния от какой-либо его точки до координатных осей, угол между отрезком и координатной осью. Контур полностью определенных объектов становится синим. При наличии ограничений число необходимых размерных параметров уменьшается. Design Modeler самостоятельно отслеживает количество заданных размерных параметров, и если их введено больше чем нужно, объект становится переопределенным (*over-constrained*) и его контур выделяется красным цветом.

Задание размерных параметров выполняется с помощью команд группы *Dimensions*. Простейшим способом является использование команды *Semi-Automatic*. После активизации команды модуль Design Modeler сам предлагает назначать необходимые параметры для геометрических объектов; команда завершается после того, как все параметры будут заданы. Затем, предварительно выделяя размерный параметр, задается его имя и значение в окне *Details View*. Контекстное меню команды содержит опции: *Skip* – пропуск предлагаемого размерного параметра и переход к следующему; *Exit* – завершение команды без вставки текущего размерного параметра; *Continue* – продолжение работы команды.

Для задания размерного параметра нужно сначала активировать соответствующую команду группы *Dimension*; описание команд представлено далее в перечне. Затем последовательно выделяются два объекта, после чего нужно кликнуть левой кнопкой мыши на желаемое месторасположение имени параметра. Design Modeler создаст размерный параметр, отобразит на экране размерные линии, присвоит ему имя, в качестве значения параметра будет установлено текущее расстояние или угол. Некоторые команды имеют опции, задаваемые через контекстное меню.

– Горизонтальный размер (*Horizontal*). Позволяет задавать размерный параметр длины по горизонтали (параллельно оси *X*). Если в качестве объектов выбираются точка и отрезок, то, в зависимости от последовательности выбора, будет создан параметр расстояния по горизонтали между точкой и одной из точек отрезка;

– Вертикальный размер (*Vertical*). Позволяет задавать размерный параметр длины по вертикали (параллельно оси *Y*). В остальном команда аналогична предыдущей;

– Длина (*Length/Distance*). Позволяет задавать размерный параметр длины отрезка или расстояния между двумя точками. С помощью этой команды нельзя задать длину кривой, но можно задавать расстояние между ее начальной и конечной точками;

– Радиус (*Radius*). Позволяет задавать размерный параметр радиуса окружности, эллипса или их дуг. Для эллипса можно указать радиус большой полуоси (*RMX*) и малой полуоси (*RMN*), кликнув на соответствующие точки кривой;

– Диаметр (*Diameter*). Позволяет задавать размерный параметр диаметра окружности или дуги. Данная команда неприменима для эллипса;

– Угол (*Angle*). Позволяет задавать размерный параметр угла между двумя отрезками или отрезком и осью. Последовательность выбора объектов определяет вид задаваемого угла между ними: острый или тупой. Изменить вид угла можно в контекстном меню команды (параметр *Alternate Angle*);

- Общий размер (General). Позволяет задавать размерные пара-

метры всех типов. Необходимо последовательно указать на два объекта, например, две точки, точку и отрезок, два отрезка и пр. При необходимости тип задаваемого с помощью команды размерного параметра можно выбрать самому. Для этого нужно вызвать контекстное меню команды, нажав правой кнопкой мыши в любом месте окна построения и выбрать необходимый тип.

Размерные параметры в любой момент могут быть отредактированы. Для этого нужно выделить размерный параметр в окне построения и все его опции отобразятся в окне *Details View* (рис. 3.17). В этом окне можно пере-именовать размерный параметр (одноименная с размерным параметром опция), изменить его значение (*Value*).



Puc. 3.17

Если размерный параметр является информационным, то можно указать это, задав опцию *Reference Only*; в этом случае его значение становится неизменяемым. Редактировать размерный параметр можно и с помощью команды *Edit*.

Изменить размерные линии на эскизе можно с помощью команды *Move*. Активировав команду нужно выделить размерный параметр и, удерживая нажатой на нем левую кнопку мыши, переместить указатель в новое положение размерной линии.

Для большей визуализации размерного параметра в окне построения предусмотрена команда *Animate*, которая циклически изменяет значение параметра и отображает изменения на экране. Активировав команду, нужно выделить необходимый размерный параметр. Количество циклов (длительность анимации) можно установить параметром *Cycles*.

По умолчанию на линии размерного параметра в окне построения отображается только его имя. Вместе с именем можно выводить также и значение параметра. Управление отображением осуществляется командой *Display Values*. Опция *Values* позволяет выводить значение

размерного параметра, опция *Names* – имя параметра. Можно выбрать или одну из этих опций, или обе сразу.

-	Details of Sketch6		
	Sketch Instance	Sketch6	
	Sketch Visibility	Show Sketch	
	Edges	0	
	Base Sketch	Not selected	
	FD1, Base X	0 mm	
	FD2, Base Y	0 mm	
	FD3, Instance X	0 mm	
	FD4, Instance Y	0 mm	
	FD5, Rotate Angle	0°	
	FD6, Scale	1	

Все созданные эскизы отображаются в дереве построения в своих плоскостях как подчиненные объекты. Design Modeler позволяет выполнять копирование эскиза из одной плоскости в другую. Для этого используется команда *Sketch Instance*, которая находится в контекстном меню, вызываемом кликом правой

Puc. 3.18

кнопки мыши на целевой плоскости. Параметры команды загружаются в окно *Details View* (рис. 3.18) и рассматриваются ниже:

Base Sketch – эскиз, который будет скопирован (базовый эскиз).
 Для выбора эскиза в качестве базового нужно щелкнуть по нему в дереве построения. Плоскость, в которую будет скопирован эскиз, должна располагаться после базового эскиза;

– *Base X, Base Y* – координаты точки привязки в копируемом эскизе. Значения вводятся вручную;

— *Instance X, Instance Y*— координаты точки привязки для вставки в новом эскизе;

- *Rotate Angle* - угол поворота вокруг точки привязки в новом эскизе (*Instance X*, *Instance Y*);

- Scale - масштабный коэффициент для нового эскиза.

После задания всех необходимых параметров нужно нажать кнопку *Generate*. Design Modeler скопирует выбранный эскиз в новую плоскость. Один эскиз может быть скопирован в несколько плоскостей, но его невозможно удалить, пока не удалены все его копии.

Построение эскизов является важным этапом разработки геометрической модели. Эскизы выступают как необходимые параметры в командах создания объемных поверхностей и тел.

3.3. СОЗДАНИЕ ОБЪЕМНЫХ МОДЕЛЕЙ

После разработки эскиза к нему могут быть применены операции, позволяющие получить объемные тела. Для этого необходимо выйти из режима эскизирования и перейти в режим моделирования, выбрав вкладку *Modelling* в нижней части дерева построения. Кнопки для наиболее часто используемых при моделировании операций вынесены на панель инструментов. Соответствующие команды имеют ряд параметров, которые необходимо указывать в окне *Details View*, а для завершения команды нужно нажать кнопку *Generate*.

Команды моделирования можно разделить на три группы:

 простейшие команды, создающие объемные тела на основе эскизов;

 команды преобразования, выполняющие различные операции с объемными моделями;

специальные команды моделирования.

3.3.1. ПРОСТЕЙШИЕ ОПЕРАЦИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Далее будут рассмотрены простейшие операции моделирования: линейное выдавливание, вращение, протяжка вдоль контура, протяжка по сечениям, создание пустотелых моделей.

Линейное выдавливание (*Extrude*) позволяет получить объем за счет прямолинейного смещения выбранного эскиза на некоторое расстояние в заданном направлении. Основные опции команды показаны на рис. 3.19 и рассмотрены в следующем перечне:

 Base Object – имя эскиза, используемого для построения объема. Нужный эскиз выбирается из дерева построения кликом левой кнопки мыши;

– Operation – вид операции выдавливания, указывающий особенности построения объема. По умолчанию выбрано Add Material, что означает заполнение получаемого объема. Если в окне построения уже имеются другие тела, то этот параметр может иметь значение Cut Material – удаление материала в получаемом объеме, или Imprint Faces – получаемая поверхность «впечатывается» в объемные тела, через которые она проходит. Значение *Add Frozen* позволяет создать зафиксированное тело (подробнее см. на стр. 110);

– Direction Vector – линия, задающая направление выдавливания. Для задания этого параметра необходимо выбрать в окне модели отрезок, ребро или координатную ось. По умолчанию задано None (Normal), что означает выдавливание по нормали к плоскости эскиза;

– Direction – направление вдоль линии выдавливания. Данный параметр может принимать следующие значения: Normal – по направлению от начальной точки к конечной для линии выдавливания, Reversed – противоположное направление, Both Symmetric – выдавливания вание в обоих направлениях на одинаковое расстояние, Both Asymmetric – выдавливание в обоих направлениях на разные расстояния.

– Extent Type – тип выдавливания. По умолчанию задано Fixed – выдавливание на фиксированное расстояние, но также может быть Through All – выдавливание через все поверхности, To Next – выдавливание до ближайшей поверхности, To Face – выдавливание до указанной грани тела без изменения поверхности контакта, To Surface – выдавливание до указанной грани тела с соответствующим изменением поверхности контакта (рис. 3.20);

– *Depth* – длина, на которую будет осуществляться выдавливание. Значение вводится вручную и должно быть неотрицательным.

De	etails View		 д	
-	Details of Extrude1			[
	Extrude	Extrude1		- имя опер
	Base Object	Sketch1		- базовый
	Operation	Add Material		- вид опер
	Direction Vector	None (Normal)		- ЛИНИЯ ВЕ
	Direction	Normal		- направл
	Extent Type	Fixed		- тип выда
	FD1, Depth (>0)	30 mm		- глубина
	As Thin/Surface?	No		-
	Merge Topology?	Yes		

имя операции базовый эскиз вид операции выдавливания линия выдавливания направление выдавливания тип выдавливания глубина выдавливания

Puc. 3.19





Если базовый эскиз для операции выдавливания содержит одну точку, то результатом будет одномерное тело (*Line Body*), если отрезок или незамкнутый контур – то оболочка (*Surface Body*).

Вращение (*Revolve*) позволяет получить тело вращения путем поворота базового эскиза вокруг заданной оси (рис. 3.21). Опции *Base Object, Operation* и *Direction* аналогичны команде *Extrude*. Опция *Axis* задает ось вращения – это может быть отрезок, ребро или координатная ось. Параметр *Angle* задает угол поворота.



Для корректного выполнения команды ось вращения не должна пересекать базовый эскиз. В случае если контур в базовом эскизе незамкнут, то будет построена оболочка. Базовый эскиз может иметь несколько контуров, но они не должны пересекаться. Задавая опции As Thin/Surface? значение Yes, можно получать поверхность вращения.

Puc. 3.21

позволяет получить объем путем перемещения базового эскиза вдоль

Протяжка вдоль контура (*Sweep*)

направляющей кривой. Основные параметры команды:

- Profile - базовый эскиз для создания объема;

- Path - эскиз с направляющей кривой;

– Alignment – способ выравнивания контура базового эскиза по отношению к направляющей кривой. По умолчанию задается как Path Tangent – контур сохраняет первоначальную ориентацию по отношению к направляющей кривой. Значение Global Axis сохраняет ориентацию контура относительно осей координат;

 – Scale – масштабный коэффициент. Позволяет масштабировать контур базового эскиза в конце направляющей кривой;

– Twist Specification – параметр, позволяющий задавать опции при повороте контура базового эскиза вокруг направляющей кривой. По умолчанию отключен (No Twist) и может принимать значения Turns – в этом случае задается число оборотов вокруг направляющей кривой – и Pitch – задается длина пути, проходимого контуром при повороте. Значения для Turns и Pitch могут быть отрицательными – это означает поворот по часовой стрелке.

Поясняющие примеры к команде *Sweep* показаны на рис. 3.22. Необходимо отметить, что контур и направляющая кривая должны находиться в разных эскизах. Базовый эскиз может содержать как несколько контуров (в том числе и незамкнутых), так и отдельные точки. Направляющая кривая может быть замкнутой, но она обязательно должна быть единственным контуром в эскизе.





Протяжка по сечениям (*Skin/Loft*). Создает объем, полученный путем протяжки по заданным сечениям вдоль направляющей ломаной, проходящей через угловые точки контуров. Параметр *Profiles* задает эскизы, содержащие необходимые сечения. В операции могут участвовать несколько эскизов, выделяемых в дереве построения кликом левой кнопки мыши, одновременно удерживая нажатой клавишу *Ctrl*. Пример использования команды показан на рис. 3.23.



Puc. 3.23

После выбора эскизов для построения Design Modeler автоматически формирует ломаную линию, вдоль которой будет происходить протяжка (guide line). При необходимости ее можно изменить, вызвав контекстное меню команды и выбрав пункт *Fix Guide Line*. Для изменения нужно выделить точку ломаной и указать ее новое местоположение. Пункт *Continue Sketch Selection* позволяет вернуться к выбору эскизов.

Для корректного выполнения команды эскизы, участвующие в построении, должны иметь одинаковое количество отрезков. Один из эскизов может содержать только точку (см. рис. 3.23). Нельзя использовать незамкнутые контуры вместе с замкнутыми.

Порядок следования эскизов после выбора может быть изменен в окне *Details View*. Для этого в процессе выполнения команды необходимо вызвать контекстное меню, нажав правую кнопку мыши на нужном эскизе в группе *Profiles* и выбрать один из следующих вариантов (рис. 3.24):

— Move to Top – переместить эскиз в начало списка;

Моче Up – переместить эскиз на позицию вверх;

— Move Down – переместить
 эскиз на позицию вниз;

- *Move to Bottom* - переместить эскиз в конец списка.

Также можно удалить эскиз из построения, выбрав пункт Delete.

Все объекты, получаемые в режиме моделирования, отражаются в конце дерева построения (рис. 3.25). Они бывают трех типов:



- *Line Body* - одномерный объект, отрезок или кривая (ломаная). Может быть создан с помощью операции выдавливания,

Puc. 3.25

примененной к точке, либо командами *Lines From Points*, *Lines From Edges*, *Lines From Sketches* (см. стр. 126);

– Surface Body – двумерный объект, оболочка. По умолчанию имеет толщину, равную нулю, которая при необходимости может быть изменена вручную (параметр *Thickness*). Создается путем выдавливания, вращения, протяжки незамкнутых контуров или с помощью команд Surface from Edges, Surface from Sketches, Surfaces from Faces (см. стр. 128);

- Solid - трехмерный объект, тело. Создается операциями выдавливания, вращения, протяжки, а также командами группы *Primitives* (см. стр. 109).

Указанные объекты могут объединяться в группы (*Parts*) с помощью команды *Form New Part* из контекстного меню. Данный прием используется для удобства генерации конечно-элементной сетки и задания начальных и граничных условий элементам группы.



Puc. 3.24

Рассмотренные операции являются наиболее употребительными для построения объемных моделей. В ряде случаев с помощью этих операций бывает необходимо создать пустотелую внутри модель. Для этого в командах *Extrude*, *Rotate*, *Sweep*, *Skin/Loft* предусмотрена опция *As Thin/Surface?*, которая позволяет это сделать. По умолчанию она отключена (значение *No*). Если включить эту опцию (значение *Yes*), то появляются дополнительные параметры: *Inward Thickness* – толщина стенки, отсчитываемая внутрь контура, *Outward Thickness* – толщина стенки, отсчитываемая наружу контура. Задав одну из них или обе сразу можно получить пустотелую модель с заданной толщиной стенок. Необходимо отметить, что тип модели – *Solid* в данном случае не изменяется.

В иных случаях для создания пустотелой модели или выделения оболочек из трехмерных объектов используется команда *Thin/Surface*. Опция *Selection Type* определяет способ построения и может принимать следующие значения:

- Faces to Remove - выделяемые грани будут удалены;

– Faces to Keep – выделяемые грани будут сохранены, а все остальные удаляются;

– *Bodies Only* – операция будет применена к выделенному телу без удаления граней.

Параметр Geometry определяет грань или тело в зависимости от выбранного значения в Selection Type. Параметр Direction задает направление и величину смещения для операции: Inward – смещение в положительном направлении оси z, Outward – смещение в противоположном направлении, Mid-Plane – смещение в обе стороны от контура эскиза.

Построенная с помощью простейших операций объемная модель, зачастую нуждается в дополнительной обработке ребер. Design Modeler содержит ряд инструментов, позволяющих создавать скругления и на ребрах и вершинах тела фаски. Соответствующие команды также могут быть применены и к фиксированным телам (см. команду *Freeze Body* на стр. 110).

Для создания скругления постоянного радиуса используется команда *Fixed Radius Blend*. В параметре *Geometry* команды указываются ребра, подлежащие скруглению, параметр *Radius* задает радиус скругления. Если требуется создать скругление переменного радиуса, то для этого нужно использовать команду *Variable Radius*



Puc. 3.26

Blend. Параметр Transitions этой команды задает вид перехода от одного радиуса скругления к другому: Smooth – сглаженный переход, Linear – линейный переход. Значения Start Radius, End Radius определяют величины начального и конечного радиуса скругления. При выборе нескольких ребер начальные и конечные скругления можно задавать отдельно для каждого ребра. Примеры скруглений показаны на рис. 3.26. Данная команда неприменима к окружностям.

Для создания фасок на ребрах объемных моделей (рис. 3.27) используется команда *Chamfer*. Параметр *Geometry* этой команды указывает ребра и/или грани. Если указана грань, то команда будет применена к каждому ребру грани. Опция *Туре* задает особенности построения фаски: *Left-Right* – фаска строится по заданным значениям отсекаемой длины на обеих гранях,



Puc. 3.27

образующих ребро, *Left-Angle (Right-Angle)* – фаска строится по заданному значению отсекаемой длины по одной из граней и углу наклона секущей плоскости.

Для создания скругления в вершинах одномерных тел (*Line Body*) и оболочек (*Sufrace Body*) используется команда *Vertex Blend*. Нужно

указать одну или несколько вершин (параметр *Verticies*) и задать радиус скругления. Для корректной работы команды следует указывать вершины, образованные двумя отрезками или кривыми, лежащими в одной плоскости.

Для создания точек, лежащих на ребрах или гранях модели, используется команда *Points*. Сначала необходимо выбрать тип создаваемых точек: *Construction Point* – точки для геометрических построений, *Spot Weld* – точки, связывающие базовую грань и сопряженную с ней по принципу «точечной сварки», *Point Load* – точки для приложения нагрузок. Затем указываются базовая грань (параметр *Base Faces*) и направляющее ребро (параметр *Guide Edges*), после чего выбирается способ построения точек (опция *Definition*):

 Single – одна точка, определяемая по параметрам: расстояние от начала направляющего ребра до первой точки (Sigma), смещение параллельно направляющему ребру (Edge Offset), смещение параллельно базовой грани (Face Offset);

- Sequence By Delta - несколько точек, определяемых по параметрам: расстояние от начала направляющего ребра до первой точки (Sigma), смещение параллельно направляющему ребру (Edge Offset) и расстояние между точками (Delta), смещение параллельно базовой грани (Face Offset);

- Sequence By N – несколько точек, определяемых по параметрам: расстояние от начала направляющего ребра до первой точки (Sigma), смещение параллельно направляющему ребру (Edge Offset), число точек (N) и расстояние от последней точки до конца направляющего ребра (Omega), смещение параллельно базовой грани (Face Offset);

- *From Coordinates File* - точки определяются по координатам, указанным в файле;

- Manual Input – ручной ввод координат точек.

Примеры создания точек командой *Points* показаны на рис. 3.28.







Также Design Modeler позволяет достаточно быстро создавать так называемые объемные примитивы: шар, параллелипипед, призма, пирамида, цилиндр, конус, тор. Команды создания объемных примитивов располагаются в меню *Create* \rightarrow *Primitives* (рис. 3.29). Все примитивы имеют схожие параметры и опции, такие как базовая плоскость (*Base Plane*), способ определения точки отсчета для построения (*Origin Definitions*), геометрические параметры, необходимые для по-

строения и др. При создании объемных примитивов для опции *Operation* могут использоваться значения *Add Material*, *Cut Material* и другие, описанные ранее для простейших команд моделирования.



Аналогично могут быть созданы пустотелые внутри модели с помощью опции *As Thin/Surface?*, задаваемой внутри команды построения примитива. Более подробные сведения о построении объемных примитивов можно найти в справочной системе модуля Design Modeler.

Puc. 3.29

3.3.2. ОПЕРАЦИИ С ОБЪЕМНЫМИ МОДЕЛЯМИ

С помощью рассмотренных выше простейших операций можно легко создавать отдельные объемные модели. На практике, как правило, этим дело не ограничивается, так как нужная модель может состоять из комбинации тел. Соответственно этому, Design Modeler предоставляет инструменты для работы с готовыми телами, которые позволяют оперировать созданными моделями, комбинировать их, редактировать грани и ребра.

Создавая объемные тела, необходимо помнить, что при касании двух тел по поверхности или пересечении поверхности нового тела с существующим, может происходить их объединение в единое тело. Это не всегда бывает нужно, например, при решении контактных задач, когда должны рассматриваться два или несколько отделенных друг от друга контактирующих объектов. Для этих целей в Design Modeler предусмотрена команда *Freeze* – фиксация (заморозка) созданного объекта. Эта команда применяется к выделенному телу после его создания. Зафиксированный объект не может быть присоединен к другому при контакте по поверхности (рис. 3.30).





Команда *Freeze* не имеет параметров и фиксирует все отдельные тела, имеющиеся на момент ее вызова. Для отмены фиксации служит команда *Unfreeze*. Вызвать команды *Freeze* и *Unfreeze* можно через меню *Tools* или контекстное меню, вызываемое на элементе дерева построения. Отметим, что для этих команд не требуется нажатия кнопки *Generate* для завершения.

Создавая новый объект с помощью простейших операций моделирования, можно сразу сделать его зафиксированным. Для этого нужно задать параметру *Orientation* значение *Add Frozen*.

Для получения копий граней и тел используется команда копирования по шаблону (*Pattern*), доступная через меню *Create*. Копирование выполняется путем смещения исходной грани или тела по заданному способу. Параметр *Geometry* задает грань или объемное тело. Опция *Pattern Type* определяет способ копирования:

– Linear – линейное смещение в заданном направлении. При выборе этого значения нужно задавать направление смещения (Direction), его величину (Offset) и количество копий (Copies);

– Circular – копирование по окружности. При выборе этого значения нужно задавать ось, вокруг которой будет осуществлено копирование (Axis), величину угла поворота (Angle) и количество копий (Copies). Параметр Angle по умолчанию определен как Evenly Spaced – для получения равноотстоящих друг от друга копий;

Rectangular – копирование смещением в двух направлениях.
 При выборе этого значения нужно задавать величину смещения и количество копий для каждого направления.

Поясняющие примеры применения команды *Pattern* при различных значениях опции *Pattern Type* показаны на рис. 3.31. Для корректного завершения команды при копировании граней необходимо, чтобы все копии находились на базовой грани, то есть не «выпадали» с поверхности тела и не пересекались между собой.





Для управления трехмерными объектами и выполнения различных операций с ними используется команда *Body Operation*. Она позволяет перемещать, масштабировать, поворачивать, отражать объемные модели, а также выполнять ряд других операций. Вставка команды в дерево построения осуществляется через меню *Create* или с помощью контекстного меню, вызываемого на элементе дерева построения. Параметр *Bodies* задает необходимые тела, набор остальных параметров зависит от выбранного типа операции. Опция *Туре* определяет тип операции; все они будут рассмотрены далее.

— Mirror — отражение тела относительно плоскости (рис. 3.32). Параметр Mirror Plane задает плоскость для отражения, которая выбирается в дереве построения. Для удаления исходного тела после создания отраженного нужно выбрать No в опции Preserve Bodies?;



Puc. 3.32

— Move – перемещение тела. Для выбранного тела нужно указать две плоскости: исходную (Source Plane) и целевую (Destination Plane). После выполнения команды исходная плоскость будет приведена к целевой и тело займет новое положение. Значение No в опции Preserve Bodies?, аналогично предыдущей команде, позволяет удалить исходное тело после перемещения. Пример использования команды показан на рис. 3.33;

Delete – удаление тела из дерева построения. Для завершения команды Body Operation в этом режиме необходимо только указать удаляемое тело.



Puc. 3.33

– Scale – масштабирование. Выбранные тела масштабируются по трем направлениям, в качестве точки отсчета может быть указано (параметр Scaling Origin): World Origin – начало глобальной системы координат, Body Centroids – центр тяжести тела, Point – задаваемая пользователем точка. Масштабный коэффициент (Scaling Factor) может принимать значения от 0,001 до 1000.

– Simplify – упрощение геометрии тела. Возможности для упрощения Design Modeler определяет автоматически. Для упрощения поверхностей и кривых тела используется опция Simplify Geometry (активируется значением Yes). Для удаления лишних граней, ребер, вершин используется опция Simplify Topology;

– Sew – соединение двух плоских оболочек (сшивка). Применяется только к плоским оболочкам (Surface Body), имеющим близко расположенные контуры. Максимальное расстояние между контурами, по которому определяется возможность соединения, устанавливается опцией Tolerance, имеющей три варианта: Normal – нормальное, Loose – широкое, User Define – определяемое пользователем. Результатом является объединенная оболочка. Если требуется преобразовать соединенную оболочку в объемное тело, то нужно задать Yes в опции Create Solids. Пример применения команды Sew для соединения плоских оболочек показан на рис. 3.34. Зазор между оболочками (0,5 мм) меньше, чем значение параметра User Tolerance (1 мм), поэтому выполнение команды завершается успешно;





– *Translate* – линейное смещение. Выбранное тело перемещается в указанном направлении, задаваемом двумя способами (параметр *Direction Definition*): *Selection* – выбор направления для смещения вдоль ребра или оси, *Coordinates* – задания величин смещения по всем координатным осям. Величина смещения в первом способе указывается в параметре *Distance*, во втором – координатные смещения указываются в параметрах *X Offset*, *Y Offset*, *Z offset*. Опция *Preserve Bodies*? позволяет удалить или сохранить исходное тело после перемещения;

- Rotate – поворот вокруг оси. Аналогично линейному смещению, ось вращения задается двумя способами (параметр Axis Definition): Selection – выбор оси в окне построения, Components – задание компонентов направляющего вектора оси. Угол поворота задается параметром Angle. Опция Preserve Bodies? позволяет удалить или сохранить исходное тело после поворота;

– *Cut Material* – удаление объема выбранного тела. При выборе этого параметра команда *Body Operation* работает аналогично простейшим командам моделирования (*Extrude*, *Rotate* и т.п.) и удаляет материал в объеме выбранного тела. Данный параметр доступен только тогда, когда имеются активные (не зафиксированные) тела. По умолчанию исходное тело удаляется (опция *Preserve Bodies?* имеет значение *No*). Пример использования команды *Body Operation* в режиме *Cut Material* показан на рис. 3.35.





– Imprint Faces – получение проекции выделенного тела на другом теле. При выборе этой опции команда Body Operation «впечатывает» проекцию выбранного тела в поверхность другого. Аналогичный результат получается при использовании простейших команд моделирования с параметром Operation, заданным как Imprint Faces. В дальнейшем проекция может выделяться как самостоятельная поверхность (рис. 3.36). По умолчанию исходное тело удаляется (опция Preserve Bodies? имеет значение No);



Puc. 3.36

– *Slice Material* – рассечение одного тела другим. Данный режим доступен только тогда, когда все тела, построенные на текущий момент, зафиксированы. Результатом рассечения является несколько тел. По умолчанию исходное тело не удаляется (опция *Preserve Bodies?* имеет значение *Yes*). Пример использования команды *Body Operation* в этом режиме показан на рис. 3.37.





Для объединения, вычитания или образования пересечений выделенных объектов используется команда *Boolean*. В качестве объектов могут выступать объемные тела (*Solids*), плоские оболочки (*Surface Body*). Для одномерных тел (*Line Body*) доступна только операция объединения. Вставка команды в дерево построения выполняется через меню *Create*.

Опция Operation задает режим для команды:

– *Unite* – объединение. В этом случае в *Tool Bodies* необходимо указать объекты для объединения;

- Subtract – вычитание. В этом случае в Target Bodies указывается исходный объект, а в Tool Bodies – вычитаемое тело. Опция Preserve Tool Bodies? позволяет удалить или сохранить исходное тело после вычитания;

– Intersect – пересечение. В Tool Bodies указываются исходные пересекающиеся объекты, в Intersect Result – дополнительные параметры получаемых пересечений: Intersection of All Bodies – общее для всех тел пересечение, Union of All Intersection – все пересечения выбранных объектов между собой объединяются в единый объект. Опция Preserve Tool Bodies? в этом случае, кроме Yes/No, имеет дополнительное значение Yes, Sliced, что позволяет оставить исходные объекты и выделить пересечение как зафиксированный (Frozen) объект. Примеры использования команды *Boolean* в различных режимах и с разными опциями показаны на рис. 3.38.





Для разделения исходного объекта на несколько самостоятельных или выделения его частей используется команда *Slice*. Она доступна в меню *Create* и активна только в случае, когда все тела, построенные на текущий момент, являются фиксированными (например, с помощью команды *Freeze*). Тип разделения задается параметром *Slice Type* и может быть:

– *Slice by Plane* – разделение плоскостью. Нужно указать плоскость разделения (*Base Plane*). Если нужно разделить только некоторые из тел, то нужно изменить значение опции *Slice Targets* (по умолчанию – *All Bodies*) на *Selected Bodies* и выбрать указать необходимые тела. Пример использования команды *Slice* в режиме *Slice by Plane* показан на рис. 3.39. Результатом выполнения команды являются отдельные тела;



Puc. 3.39

– Slice By Surface – разделение поверхностью. Для этого нужно задать поверхность разделения (параметр Target Face) и выбрать необходимые тела (Slice Targets=Select Bodies). Если нужно разделять все тела, то Slice Targets=All Bodies. Опция Bounded Surface? позволяет не ограничиваться при разделении контуром выделенной поверхности (значение No). Примеры использования команды Slice в режиме Slice by Surface показаны на рис. 3.40. В первом примере указание части цилиндрической поверхности в параметре Target Face и выполнение команды Slice By Surface приводит к появлению шести новых тел, отделяемых от исходного всей цилиндрической поверхностью. Второй пример демонстрирует разделение при различных значениях опции Bounded Surface?;

- Slice Off Faces – разделение на основе выделенных граней. Данный режим используется для получения тела, ограниченного выделяемыми гранями. Грани задаются в параметре Faces. Если Design Modeler не сможет выделить отдельное тело по заданным граням, то выполнение команды завершится с ошибкой. Пример использования команды Slice в режиме Slice Off Faces показан на рис. 3.41;



-	Details of Slice1	
	Slice	Slice1
	Slice Type	Slice by Surface
	Target Face	Selected
-	Silce Targets	All Bodies
	Bounded Surface?	No



-	Details of Slice1	
	Slice	Slice1
	Slice Type	Slice by Surface
	Target Face	Selected
	Slice Targets	All Bodies
	Bounded Surface?	Yes

-	Details of Slice1	
	Slice	Slice1
	Slice Type	Slice by Surface
	Target Face	Selected
	Slice Targets	All Bodies
	Bounded Surface?	No









– *Slice Off Edges* – разделение по ребрам. Данный режим аналогичен режиму *Slice Off Faces* и применяется для разделения одномерных объектов (*Line body*). Такое разделение одномерных объектов дает возможность задавать им различные поперечные сечения (*Cross Section*). Отделяемые ребра нужно указать в параметре *Edges*. Пример использования команды *Slice* в данном режиме показан на рис. 3.42.













При разработке геометрических моделей может возникнуть необходимость спроектировать объект на какую-либо плоскость. Указанная операция выполняется с помощью команды *Sketch Projection*, которая вызывается из контекстного меню нажатием правой кнопки мыши на плоскости проектирования. В качестве объекта проектирования могут выступать точки, ребра, грани и тела. Необходимо отметить, что данная команда доступна только после того, как создан хотя бы один объект моделирования и плоскость проектирования располагается после команды создания объекта в дереве построения.

Параметр Geometry задает объект проектирования. Для завершения команды необходимо нажатие кнопки Generate. Результатом выполнения команды будет эскиз, построенный в заданной плоскости проектирования, содержащий проекцию выбранного объекта. Полученная проекция, подобно эскизу, созданному командой Sketch Instance, не может быть отредактирована в режиме эскизирования, но может использоваться как базовый эскиз для последующих операций моделирования.

3.3.3. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Помимо команд создания объемных геометрических моделей и управления ими, Design Modeler предоставляет дополнительные инструменты моделирования, реализующие ряд удобных функций. Поскольку в дальнейшем для созданной модели предполагается разбиение на конечные элементы, задание граничных условий и прочие этапы инженерного анализа, можно объединять составные части модели в группы и присваивать им имена. Указанную функцию создания именованных групп реализует команда *Named Selection*, доступная в меню *Tools* или через контекстное меню элемента дерева построения. Команда имеет единственный параметр (не считая имени), определяющий объекты, входящие в именованную группу, причем они могут быть разных типов, например, грани и ребра. В дальнейшем именованным группам можно задавать особые параметры разбиения на конечные элементы, использовать при задании граничных условий, отображении результатов численного анализа в режиме постпроцессинга и пр. Задавая имя для именованной группы, нельзя использовать знак дефиса «-».

Для выделения двумерной оболочки (*Surface body*) из объемного тела используется команда *Mid-Surface*. Основным параметром команды является *Face Pairs*, который задает пару граней тела, между которыми будет выделена оболочка. Результатом выполнения команды будет двумерная оболочка, полученная сечением исходного тела плоскостью, проходящей посередине между выбранными гранями (рис. 3.45). Информацию о дополнительных параметрах команды можно получить в справочной системе.





2 15

Если геометрическая модель имеет одну или несколько плоскостей симметрии, то целесообразно рассматривать только часть модели, ограниченную плоскостями симметрии. При этом на грани, получившиеся в сечении плоскостью симметрии, накладываются условия симметрии. Для выделения такой части модели используется команда *Symmetry* из меню *Tools*. Параметр *Number of Plains* задает число плоскостей симметрии (от 1 до 3). Все грани и ребра, образовавшиеся после сечения плоскостью симметрии, при дальнейшей передаче модели в модуль симуляции Mechanical образуют именованную группу, на которую можно задавать условия симметрии. Выбранные плоскости симметрии передаются как локальные координатные системы. Примеры получения симметричных частей модели с помощью команды *Symmetry* показаны на рис. 3.46.



Puc. 3.46

Команда Fill используется для заполнения пустот модели объемными телами. Она также доступна из меню Tools. Заполнение может быть выполнено двумя способами (опция Extraction Type): By Cavity – область заполнения определяется по выбранным граням, By Caps область заполнения определяется по двум плоским оболочкам. Первый способ требует указания граней в параметре Faces. Для второго способа заполняемый объем должен быть ограничен двумя плоскими оболочками (Surface Body). При этом можно удалять исходное тело и ограничивающие оболочки (параметры Preserve Capping Bodies и Preserve Solids). Примеры применения команды Fill показаны на рис. 3.47. В первом случае выделяя внутренние поверхности прямоугольной коробки можно с помощью данной команды заполнить ее материалом, выделенным как отдельное тело. Во втором случае у тонкостенного цилиндра 1 имеются ограничивающие поверхности 2 и 3, созданные как (Surface Body). Задавая опции Extraction Type значение By *Caps* и выполняя команду *Fill*, можно заполнить цилиндр материалом, причем исходные двумерные оболочки 2 и 3 удаляются автоматически.

Для создания одномерных тел (*Line Body*) и плоских оболочек (*Surface Body*) различными способами используются команды из меню *Concept*. Одномерные тела создаются командами:





– Lines From Points – одномерные тела создаются по точкам. Точки задаются параметром Point Segments и могут принадлежать одному или разным эскизам, также можно использовать вершины объемных моделей или точки, созданные командой Points. Точки выделяются парами (режим Point Pairs) либо цепочками, когда вторая точка становится первой для следующей пары (режим Point Chains). Смена режима выделения выполняется через контекстное меню, вызываемое при выделении точек нажатием правой кнопки мыши; также доступны команды удаления последней заданной пары (Remove Last Segment) и удаления всех пар (Clear All Segments). Способ построения задается опцией Operation, которая по умолчанию имеет значение Add Material, но может быть изменена на Add Frozen при необходимости сразу создать зафиксированное тело;

– Lines From Sketches – одномерные тела создаются по контурам эскиза. Параметр Base Object задает эскиз, также можно использовать и плоскость, созданную на грани (Plane from Face), или сочетание эскиза и плоскости. Опция Operation аналогична предыдущей команде; – *Lines From Edges* – одномерные тела создаются по ребрам построенной ранее объемной модели. Параметры *Edges* и *Faces* определяют ребра и грани объемной модели; может быть задан только один из них. При выборе грани одномерные тела создаются по ребрам, ограничивающим грань. Опция *Operation* аналогична предыдущей команде.

Команда 3D Curve позволяет создать пространственную кривую по точкам. При построении могут быть использованы точки эскизов, вершины объемных тел или точки, полученные командой Points. Параметр Definition определяет способ указания ключевых точек кривой: Point Selection – ручной выбор точек, From Coordinates File – указание файла с координатами точек. Опция Operation аналогична предыдущим командам создания одномерных тел. Вызывая контекстное меню нажатием правой кнопки мыши в окне построения, можно указать дополнительные опции построения пространственной кривой: Open End – завершить построение, оставив кривую незамкнутой, Closed End – завершить построение, создав замкнутую кривую, Clear All Points – удалить из построения все выделенные точки, Delete Point – удалить из построения одну точку.

Для разделения ребер или одномерных тел на части используется команда *Split Edges*. Параметр *Edges* задает одномерные тела, подлежащие разделению, опция *Definition* определяет один из следующих способов разбиения:

Fractional – разделение на равные части. При этом параметр
 Fraction задает коэффициент разделения, который по умолчанию равен 0,5 – одномерное тело делится пополам;

Split by Delta – разделение с использованием двух параметров:
 Sigma – расстояние от начала одномерного тела до первого деления,
 Delta – расстояние между делениями;

– Split by N – разделение на N равных частей. При этом необходимо задать следующие параметры: Sigma – расстояние от начала одномерного тела до первого деления, Omega – расстояние от конца одномерного тела до последнего деления, N – число делений. Для разделения могут использоваться как активные, так и зафиксированные тела. Если ребра уже входят в число базовых для команды *Surface From Edges* (описание команды см. далее), то их разделение не может быть выполнено. В этом случае нужно сначала выполнить разделение, а потом применить команду.

Двумерные оболочки (*Surface Body*) могут быть созданы следующими командами:

– Surface From Edges – оболочка создается по ребрам объемного тела или по одномерным телам. Параметр Edges задает ребра или одномерные тела, составляющие замкнутый контур, на основе которых будет построена оболочка. После создания оболочки можно при необходимости сменить направление нормали на противоположное (параметр Flip Surface Normal?) и задать толщину оболочки (параметр Thickness);

– Surface From Sketches – оболочка создается по замкнутому контуру эскиза, не имеющего самопересечений. Параметр Base Object задает один или несколько эскизов. Параметр Operation позволяет создавать активную (значение Add Material) или зафиксированную (значение Add Frozen) оболочку. Направление нормали оболочки по отношению к нормали исходной плоскости эскиза регулируется параметром Orient With Plane Normal? (значения Yes – указанные нормали сонаправлены). Параметр Thickness задает толщину оболочки;

- Surface From Faces – оболочка создается на основе заданной грани объемного тела. Параметр Faces определяет грань для создания оболочки, параметр Operation аналогичен предыдущей команде. Если на исходной грани имеются отверстия или углубления, которые необходимо убрать, то параметру Holes Repair Method (по умолчанию определен как No Healing) задается значение Natural Healing.

Каждому созданному одномерному объекту в Design Modeler должен быть сопоставлен некоторый профиль поперечного сечения. Команды вставки в дерево построения различных профилей поперечных сечений находятся в меню *Concept*—*Cross Section*. Доступные профили показаны на рис. 3.48, каждый из них имеет свои геометрические параметры, которые должны быть заданы после вставки профиля в дерево построения. Поперечное сечение, задаваемое командой *User Integrated*, не определяется конкретной формой, а характеризуется толь-



Puc. 3.48

ко площадью, положением центра масс, осевыми и центробежным моментами инерции и др. Команда *User Defined* позволяет создать собственный профиль поперечного сечения.

После вставки профиля в дерево построения необходимо указать его в свойствах одномерного объекта. Для этого выделив его в конце дерева построения нужно задать значение параметру *Cross Section* в окне *Details View* (рис. 3.49). Также можно указать смещение профиля поперечного сечения относительно своего одномерного тела (опция *Offset Type*).

		Cross Section Rect2 Part, 1 Body Line Body	
D	ketching Mo	deling	Ŧ
-	Details of Line	Body	
	Body	Line Body	
	Faces	0	
	Edges	4	
	Vertices	4	
	Cross Section	Not selected	•
		None Rect2	



Puc. 3.49

3.4. УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАМИ В ДЕРЕВЕ ПОСТРОЕНИЯ

Все результаты моделирования отражаются в дереве построения, которое имеет иерархическую структуру. Рабочие плоскости, эскизы и команды моделирования располагаются в дереве сверху вниз в порядке их создания. Контекстное меню, вызываемое нажатием правой кнопки мыши на элементе дерева построения, кроме возможности вставки команд позволяет управлять командами, выводить дополнительную информацию о взаимозависимости объектов, сообщения об ошибках и пр. Содержимое контекстного меню зависит от элемента, на котором оно вызвано. Команды контекстного меню и их краткая характеристика:

Edit Selection – редактировать выделенный элемент. Данная команда делает параметры выделенной команды дерева построения доступной для редактирования, загружая их в окно *Details View*;

Insert – вставить команду выше выделенной. Перечень команд, доступных для вставки, содержится в раскрывающемся списке (см. рис. 3.5 на стр. 77);

– Rename – переименовать элемент. Данная команда позволяет изменить имя элемента дерева построения. Несмотря на то, что русские буквы допускаются в именах элементов, рекомендуется пользоваться латиницей, так как впоследствии невозможно будет создать параметр-переменные объекта, содержащего в имени русские буквы;

- Delete - удалить выделенный элемент из дерева;

- Generate – запустить выделенную команду моделирования. Данная команда используется для пересчета только выделенной команды; для всей модели целесообразно использовать кнопку Generate на панели инструментов;

– Always Show Sketch – выделенный эскиз будет отображаться всегда, а не только после перехода в его плоскость. Для отмены этого нужно вызвать контекстное меню на эскизе и выполнить команду Show Sketch; – Hide Sketch – выделенный эскиз будет отображаться только после клика на нем. Размерные линии эскиза не отображаются. Для перехода в обычный режим отображения эскиза нужно выполнить команду Show Sketch;

 Look at – текущий вид будет изменен на вид со стороны нормали к выделенному эскизу или плоскости. Данная команда аналогична одноименной кнопке на панели инструментов;

– Suppress – исключить из построения. Данная команда позволяет исключить из построения модели выбранный элемент, не удаляя его из дерева. Аналогично работает команда Suppress & All Below, которая исключает из построения выделенную и все последующие команды;

– Unsuppress – отменить действие команды Suppress. Выделенный элемент снова включается в построение. Аналогично работает команда Unsuppress & All Below, которая включает в построение выделенную и все последующие команды;

– Show Dependencies – отобразить взаимосвязи объекта. Данная команда выводит на экран окно, в котором в двух колонках отображаются элементы, связанные с текущим. Колонка Parents содержит корневые (родительские) элементы, колонка Children – подчиненные объекты. Эта информация полезна при операции удаления, так как корневые элементы не могут быть удалены, пока у них имеются подчиненные элементы, и команда удаления не выполняется;

– Suppress Body – исключить из моделирования выделенный результат. Данная команда доступна в контекстном меню, вызываемом на смоделированном объекте (Line Body, Surface Body, Solid), и позволяет не передавать его в модуль симуляции Mechanical. Обратную операцию выполняет команда Unsuppress Body;

Текущий статус команды моделирования отображается в дереве построения рядом с ее значком. Различные варианты статуса команды в дереве построения показаны на рис. 3.50.

130



Puc. 3.50

3.5. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

При разработке эскизов в подавляющем большинстве случаев определяются необходимые размерные параметры для контуров, например длина, радиус, угол и пр. Для команд моделирования такие размерные параметры уже определены заранее, например, параметр *Depth* в команде Extrude, параметр Angle в команде Revolve и пр. Задавая определенные значения всем размерным параметрам, инженер формирует требуемую модель. В дальнейшем, опираясь, например, на результаты численных расчетов, может возникнуть необходимость изменить размеры геометрической модели. Для моделей с простой геометрией это не составит труда, в ином случае изменение одного из размеров порождает необходимость в изменении ряда других, чтобы сохранить нужную геометрическую форму и избежать ошибок в командах моделирования. Кроме этого, важной задачей является оптимизация каких-либо размеров геометрической модели с целью получения, например, минимальных напряжений в материале при рабочем нагружении. Все это приводит к необходимости выделения некоторых геометрических параметров модели в качестве управляющих параметров. С их помощью можно быстро изменить геометрическую модель, выполнить многовариантные расчеты или провести оптимизацию размеров средствами дополнительных инструментов пакета ANSYS.

При построении модели управляющие параметры можно использовать для задания значений других параметров, которые можно назвать управляемыми. Это позволяет автоматически перестраивать модель при изменении управляющих параметров, что существенно ускоряет процесс редактирования геометрии. Размерный параметр, используемый пользователем в качестве управляемого или управляющего, далее будем называть *параметр-переменной*. Кроме геометрических параметр-переменных Workbench позволяет использовать и другие, например, свойства материалов, величины нагрузок и пр. Все параметр-переменные могут в дальнейшем использоваться для решения различных задач оптимизации. В данном параграфе рассматриваются только геометрические параметр-переменные.

Механизм создания и редактирования параметр-переменных на уровне геометрии модели реализует Parameter Manager, вызываемый из меню *Tools→Parameters*. Каждый размерный параметр эскиза или команды моделирования можно объявить параметр-переменной. Для этого нужно кликнуть в квадратное окошко слева от его имени в окне *Details View* (рис. 3.51). Design Modeler выведет на экран окно с предлагаемым именем новой параметр-переменной, которое можно изменить по своему усмотрению. После этого параметр-переменная появится в окне *Parame*-

ter Manager, а в окошке появится специальный символ



Puc. 3.51

Основное окно менеджера показано на рис. 3.52 и содержит в нижней части следующие закладки:

– *Design Parameters* – режим отображения имен параметровпеременных и их значений; – Parameter/Dimension Assignments – режим управления параметрами-переменными;

- *Check* – режим проверки вычисляемых значений параметров переменных;

- *Close* – закрытие окна менеджера.

Parameter Manager			
Design Parameters	Parameter/Dimension Assignments	Check	Close

Puc. 3.52

Если размерный параметр объявлен как параметр-переменная, то он может быть отредактирован только в окне *Parameter Manager*. Для редактирования параметр-переменных нужно перейти в соответствующий режим, выбрав закладку *Parameter/Dimension Assignments*. В этом режиме задаются зависимости между параметрами-переменными. Имя независимой параметр-переменной имеет обязательный префикс @. При задании зависимостей можно использовать знаки арифметических операций и простые функции: абсолютное значение – abs(x), тригонометрические – sin(x), cos(x), tan(x), натуральный логарифм – ln(x), экспоненту – exp(x), квадратный корень – sqrt(x). Для фиксации изменений значения параметр-переменной необходимо нажать кнопку *Generate*. Поясняющие примеры управления параметр-переменными представлены в следующем перечне:

 – ZXPlane.L1 = @ZXPlane.L1 – значение размерного параметра
 ZXPlane.L1 определяется величиной независимой параметрпеременной @ZXPlane.L1; - *ZXPlane.L2* = 2*@*ZXPlane.L1* + @*ZXPlane.L3* - значение размерного параметра *ZXPlane.L2* определяется по формуле через две независимые параметр-переменные: @*ZXPlane.L1* и @*ZXPlane.L3*;

Extrude1.FD1 = dist – значение размерного параметра
 Extrude1.FD1 определяется по величине переменной *dist*, заданной пользователем;

– $Extrude1.FD1 = sqrt(x_dist*x_dist+y_dist*y_dist)$ – значение размерного параметра Extrude1.FD1 определяется через переменные x_dist , y_dist , заданные пользователем.

При переходе на вкладку *Check* Design Modeler вычисляет значения всех параметр-переменных (рис. 3.53). Если выражение для некоторой параметр-переменной задано с ошибкой, то ее значение не будет вычислено. Вкладка *Close* закрывает окно *Parameter Manager*.

L.FD1
2
L

Puc. 3.53

Управлять созданными параметр-переменными можно и в основном окне проекта. В соответствующий блок инженерного анализа добавляется строка *Parameters* и новый отдельный блок *Parameter Set* (рис. 3.54). Двойной клик на этом блоке открывает окно управления параметр-переменными, в котором можно изменять значения, задавать необходимые описания переменных и пр. Блок *Parameter Set* используется для решения задач оптимизации моделей по различным

геометрическим или физическим параметрам. Подробное описание работы с параметр-переменными в этом окне будет дано во второй части настоящего пособия.

	•		A	
	1		Static Structural (AN	SYS)
	2	0	Engineering Data	× .
	3	00	Geometry	2 🖌
	4		Model	2
	5		Setup	? .
	6	1	Solution	?
	7	۲	Results	? 🖌
>	8	(p.)	Parameters	
			Static Structural (AN:	SYS)
F	Para	amet	er Set	



ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Запустите ANSYS Workbench, создайте новый блок статического прочностного анализа *Static Structural*. Запустите Design Modeler. Ответьте на следующие вопросы:

- Для чего предназначены окна Tree Outline и Details View?
- Чем отличается режим эскизирования от режима моделирования?
- Как управлять текущим видом в окне Graphics с помощью мыши?

2. В любой из координатных плоскостей создайте новый эскиз. С помощью инструментов группы *Draw* нарисуйте в нем произвольный замкнутый контур. С помощью инструментов группы *Dimensions* задайте все необходимые размерные параметры. 3. Создайте новую плоскость на основе одной из базовых (*XYPIane*, *ZXPIane*, *ZYPIane*), смещенную относительно вдоль одной из осей на 50 мм и повернутую относительно оси *X* на 45 градусов. В полученной плоскости создайте эскиз с произвольным замкнутым контуром из отрезков. Задайте размеры контура.

4. Командой *Сору* выполните копирование произвольного отрезка контура и вставьте его в этот же эскиз. Командой *Move* переместите полученную копию в другое место эскиза.

5. Отредактируйте полученный эскиз, добавив в него окружность и отрезок. Задайте связь – касание окружности с контуром. Задайте связь – параллельность отрезка одной из сторон контура.

6. Создайте новый эскиз с замкнутым контуром из отрезков в любой из координатных плоскостей. На основе полученного эскиза создайте объемное тело командой *Extrude* с произвольными параметрами. Выделите любое ребро тела, любую грань тела, любую вершину тела. Выделите все тело.

 Создайте фаску 3 мм на произвольном ребре модели. На другом ребре создайте скругление постоянного радиуса 5 мм.

8. На произвольной грани тела создайте плоскость и эскиз. Нарисуйте в эскизе произвольный замкнутый контур. Создайте объемное тело на основе эскиза с помощью команды *Revolve* с углом поворота 90° вокруг произвольной оси.

9. Отредактируйте команду *Revolve* так, чтобы новое тело не объединялось с ранее созданным.

10. С помощью команды *Body Operation* создайте отраженное тело относительно любой плоскости. Задайте опции команды таким образом, чтобы исходное тело после отражения было удалено.

Создайте на поверхности отраженного тела новую плоскость и эскиз.
 Нарисуйте окружность и с ее помощью создайте сквозное отверстие в модели.

12. Создайте новый эскиз с замкнутым контуром из отрезков или дуг в любой из координатных плоскостей. Задайте геометрические размеры эскиза. На основе построенного эскиза создайте двумерную оболочку (*Surface Body*).

13. Выберите размерный параметр эскиза и сделайте его параметрпеременной. Задайте произвольно его значение.

14. Постройте цилиндр с высотой равной 10*R*, где *R* – радиус основания цилиндра. Высоту и радиус основания цилиндра задайте как параметр-переменные. Измените произвольно радиус цилиндра и обновите геометрическую модель.

4. УПРАВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛАМИ И ИХ СВОЙСТВАМИ

Важным этапом моделирования является выбор материалов для созданных тел и указание их свойств. Для этих целей в Workbench существует отдельный модуль управления материалами, связанный с блоком анализа и представленный элементом Engineering Data. Выбирать материалы и задавать их свойства с помощью этого модуля можно как до построения геометрической модели, так и после. Модуль управления материалами может быть использован в качестве хранилища библиотек свойств материалов.

После вставки в проект нового блока инженерного анализа элемент Engineering Data уже отмечен как определенный, так как в нем по умолчанию задан некоторый материал. Изменить материал или его свойства можно на любом этапе моделирования.

Настоящая глава посвящена основам работы с модулем управления материалами.

4.1. ГРАФИЧЕСКИЙ ИНТЕРФЕЙС МОЛУЛЯ УПРАВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛАМИ

Рабочая область модуля управления материалами разработана таким образом, чтобы обеспечить создание, сохранение и извлечение моделей материалов, а также создание библиотек данных, которые

•	A	
1	🚾 Static Structural (ANS)	/S)
2	Engineering Data	× .
3	Geometry	? ,
4	🞯 Model	? ,
5	🍓 Setup	? 🖌
6	Galution	? 🖌
7	😥 Results	?.

Static Structural (ANSYS)

Puc. 4.1

могут быть сохранены и использованы в последующих проектах другими пользователями. Модуль представлен элементом Engineering Data, входящим в структуру блока инженерного анализа (рис. 4.1).

Чтобы запустить модуль управления материалами, нужно вызвать контекстное меню нажатием правой кнопки мыши на строке элемента Engineering Data и вы-

брать пункт *Edit* (рис. 4.2). После загрузки появится рабочая область модуля, из которой можно управлять материалами, получать доступ к внешним источникам данных о материалах, а также сохранять данные для дальнейшего использования.

Если элемент Engineering Data связан с аналогичным элементом другого блока инженерного анализа, то изменение данных в одном элементе отражается и в другом. Все введенные в модуль данные сохраняются автоматически при сохранении проекта.



Вид рабочей области модуля управления материалами может из-

Puc. 4.2

меняться. С помощью опций меню View можно управлять отображением окон рабочей области. На рис. 4.3 представлена одна из возможных конфигураций рабочей области.



Puc. 4.3

Описание структуры рабочей области модуля управления материалами представлено в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Легенда	Заголовок окна	Описание
А	Toolbox (Окно свойств материалов)	Содержит свойства, которые могут быть использованы при задании материалов
В	Outline Filter (Окно источников данных)	Отображает доступные источники данных о материалах, их местопо- ложение и описание
С	Outline Pane (Панель структуры данных)	Отображает структуру содержимо- го выбранного источника данных в окне (<i>Outline Filter</i>)
D	Properties Pane (Панель свойств)	Отображает свойства выбранного элемента на панели структуры дан- ных (<i>Outline Pane</i>)
E	Table Pane (Панель таблиц)	Отображает табличные данные для выбранного элемента на панели свойств (<i>Properties Pane</i>)
F	<i>Chart Pane</i> (Панель диаграмм)	Отображает диаграмму элемента, выбранного на панели свойств (Properties Pane)

Главное меню и панель инструментов, отображаемая при работе в модуле управления материалами, содержат команды, рассмотренные ранее в п. 2.1. На панели инструментов дополнительно располагается кнопка фильтрации , позволяющая отображать только такие строки, которые могут быть использованы для текущего выбора. По умолчанию эта кнопка нажата (фильтрация активна).

Окно свойств материалов (*Toolbox*) содержит свойства и физические модели материалов. При нажатой кнопке модуль управления материалами фильтрует содержимое окна таким образом, что видны только элементы, применимые для текущего выбора. Например, на рис. 4.3 текущий выбор (окно C) – конструкционная сталь (Structural Steel). Соответствующее этому элементу окно свойств представлено на рис. 4.4, где показаны свернутые группы свойств.

Окно *Toolbox* показывает элементы в следующих категориях:

– модели и свойства материала;

– дополнительные табличные дан ные, которые могут быть добавлены к
 свойству или модели;

аппроксимирующая кривая данных.
 Окно источников данных (*Outline*)

 Toolbox
 _____X

 Image: Physical Properties

 Image: Linear Elastic

 Experimental Stress Strain Data

 Hyperelastic

 Plasticity

 Image: Linear Elastic

 Image: Strength

Puc. 4.4

Filter) используется для управления источниками данных о материалах, к которым можно обращаться. В этом окне всегда отображается текущий набор (строка *Engineering Data*), то есть материалы, выбранные для текущего анализа, а также библиотеки материалов. Кроме этого имеется группа *Favorites*, в которую можно добавить часто используемые материалы.

В окне Outline Filter можно выполнять следующие действия:

- создать новую библиотеку;
- добавить существующий источник данных;
- удалить источник данных из списка;
- включить редактирование источника данных;
- сохранить источник данных.

Панель структуры данных (Outline Pane) показывает структуру содержимого выбранного в окне Outline Filter источника данных (рис. 4.5). Заголовок панели изменяется в зависимости от того, какой источник данных выбран. Например, на рис. 4.5 заголовок Outline of General Materials показывает, что в настоящий момент отображены материалы из библиотеки General Materials. Содержимое источника данных представлено в виде таблицы.

•	А	В	С	D	E	
1	Contents of General Materials 🜲	A	dd	5	Description	
2	🖻 Material					
3	📎 Air	÷		9	General properties for air.	
4	Naluminum Alloy	æ		8	General aluminum alloy.Fatigue properties come from MIL-HDBK-5H, page 3-277.	
5	📎 Concrete	÷		9		
6	📎 Copper Alloy	÷		9		
7	📎 Gray Cast Iron	4		9		
8	📎 Magnesium Alloy	÷		9		
9	> Polyethylene	÷	0	9		
10	Silicon Anisotropic	÷		9		
11	📎 Stainless Steel	÷		8		
12	📎 Structural Steel	4	۲	8	Fatigue Data atzero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table	



Панель свойств (*Properties Pane*) отображает свойства элемента, выбранного в панели структуры данных (рис. 4.6). В этом окне можно выполнять следующие действия:

 добавить дополнительные свойства, табличные данные или аппроксимирующую кривую (из панели инструментов);

- удалить свойство;
- изменить константы;
- исключить свойство;
- параметризировать свойство.

Столбец свойств (*Property*) содержит свойства для элемента, выбранного в панели структуры данных. Выбор свойства будет изменять содержимое панели таблиц и панели диаграмм. Тип и состояние элемента обозначается пиктограммой слева от имени.

Proper	ties of Outline Row 3: Structural Steel				
•	A	В	С	D	E
1	Property	Value	Unit	8	(p)
2	🔁 Density	7850	kg m^-3 🔹	-	
3	😟 🎲 Coefficient of Thermal Expansion				
6	🗉 🔀 Isotropic Elasticity				
9	🗉 🔛 Alternating Stress Mean Stress	🛄 Tabular			
13	🗉 📔 Strain-Life Parameters				
21	🔁 Tensile Yield Strength	2,5E+08	Pa	-	
22	🔁 Compressive Yield Strength	2,5E+08	Pa 🔹	-	
23	🔀 Tensile Ultimate Strength	4,6E+08	Pa	-	
24	🔀 Compressive Ultimate Strength	0	Pa •	-	

Puc. 4.6

Панель таблиц (*Table Pane*) отображает табличные данные для элемента, выбранного в панели свойств (рис. 4.7). Если есть незави-

симые переменные (например, температура) для выбранного элемента и элемент является константой, то можно изменить тип его определения на табличный, просто вводя значения в ячейки данных. Если последняя строка отображается с индексом *, то можно добавить дополнительные строки данных. Данные могут быть отсортированы с помощью фильтра в заголовке столбца.

1	Strain (m m^-1) 📮	Stress (Pa)
~	10	
2	0,1338	494,15
3	0,2675	912,8
4	0,3567	1172,5
5	0,6242	1941,5
6	0,8917	2803,8
7	1,1592	3869,1
8	1,4268	5245,4
9	2,051	10379

Puc. 4.7

Панель диаграмм (*Chart Pane*) отображает диаграмму выбранного в панели свойств элемента (рис. 4.8). Шкалы осей диаграммы можно изменить, щелкнув по выбранной оси правой кнопкой мыши и выбрав из контекстного меню пункт *Edit Properties* и проставив нужные значения в появившейся панели *Properties of Chart* (рис. 4.9). Этот диапазон будет использован при создании диаграммы, таким образом, можно проанализировать данные за пределами диапазона, используемого по умолчанию.






Puc. 4.9

4.2. РАБОТА С ИСТОЧНИКАМИ ДАННЫХ

Источник данных содержит информацию о группе материалов и их свойствах. Существует три типа источников данных, используемых в рабочей области модуля управления материалами: текущий набор материалов, библиотека материалов и избранное.

Текущий набор материалов содержит материалы, выбранные для инженерного анализа. Информация из текущего набора может использоваться одновременно в нескольких блоках анализа. Просматривать, добавлять и редактировать материалы текущего набора можно на панели структуры данных *Outline Pane*. Подробнее работа с материалами будет рассмотрена в следующем пункте. Совокупность материалов образует библиотеку. Содержимое библиотеки можно просматривать, редактировать материалы и добавлять новые. Чтобы отредактировать библиотеку, нужно установить флажок справа от названия библиотеки в панели *Outline Filter*. Материалы из библиотеки добавляются в текущий набор материалов нажатием кнопки 📴 в столбце *Add* панели *Outline Pane*.

Некоторые библиотеки материалов предустановлены в папке ANSYS\v120\Addins\EngineeringData\Language\<lang>\Samples. Крат-кая характеристика этих библиотек:

General Materials – библиотека материалов общего использования. Она состоит в основном из металлов, которые могут использоваться в различных типах анализа;

– General Nonlinear Materials – библиотека нелинейных материалов общего использования для выполнения нелинейного анализа;

– Explicit Materials – библиотека материалов включает особые данные для использования в твердотельном динамическом анализе;

Нурегеlastic Materials – библиотека гиперупругих материалов содержит данные о напряжениях и деформациях, которые можно использовать с аппроксимирующей кривой. Эти данные не соответствуют каким-либо конкретным материалам;

– Magnetic B-H Curves – библиотека материалов, содержащая данные В-Н кривых, используемые в магнитостатическом анализе.

Для импорта новых библиотек материалов используется команда File→Import, которая также доступна через кнопку *Import* на панели инструментов. В перечне типов файлов для импорта нужно выбрать строку *Engineering Data File* *.*xml*, *.*engd*. Данные, содержащиеся в импортируемом файле, будут добавлены в текущий источник, если источник находится в режиме редактирования.

Создание новой библиотеки выполняется путем ввода ее имени в последнюю строку (после *Favorites*). Далее будет открыто диалоговое окно, где будет предложено сохранить библиотеку в виде файла XML-формата. После этого новая библиотека добавляется в перечень

существующих и становится доступной для редактирования и добавления в нее новых материалов. Подключить ранее созданную библиотеку можно нажатием кнопки в столбце *Location* панели *Outline Filter*. В появившемся диалоговом окне нужно выбрать файл библиотеки и нажать кнопку *Ok*.

Также можно импортировать данные в уже существующий источник данных, если он переведен в режим редактирования, или импортировать их в виде файла одного из следующих форматов:

 – библиотеки управления материалами, экспортируемые из пакета ANSYS версий от 9.0 до 11.0;

- файл материалов на языке разметки MatML 3.1 Schema;
- файл материалов, созданный в AUTODYN.

Столбец редактирования источника данных отмечен знаком и служит для выбора библиотеки, в которую необходимо вносить изменения. В режиме редактирования можно добавлять или удалять материалы. Новый материал создается при указании его имени в последней строке панели *Outline Pane*, отмеченной *. Материал из другого источника данных можно скопировать в редактируемый источник. Для этого нужно перетащить материал из панели *Outline Pane* на строку с именем источника в окне *Outline Filter*, кликнув и удерживая нажатой правую кнопку мыши. По завершении формирования источника данных нужно выйти из режима редактирования, повторно кликнув на флажок столбца редактирования. При выходе из режима редактирования будет предложено сохранить изменения.

В столбце местоположения (*Location*) изображены кнопки с рисунком дискеты (). Удерживая курсор мыши над этой кнопкой, можно увидеть подсказку, содержащую путь к источнику данных. При редактировании источника данных можно сохранить изменения в том же файле, если внутренний формат этого файла поддерживает импорт, или сохранить в новом файле, указав нужный путь ().

Группа «Избранное» (*Favorites*) содержит материалы, которые часто используются в блоках анализа. Материал из другого ис-

точника может быть добавлен в избранное с помощью контекстного меню, вызываемого на материале нажатием правой кнопки мыши (команда *Add To Favorites*). Материалы из группы *Favorites* могут назначаться в качестве используемых по умолчанию (см. п. 4.3).

4.3. РАБОТА С МАТЕРИАЛАМИ И ИХ СВОЙСТВАМИ

Материалы из текущего набора или библиотеки отображаются в панели структуры данных *Outline Pane*. В этой панели можно выполнять следующие действия:

- создать новый материал;
- удалить материал;
- переименовать материал;
- исключить материал из текущего набора (Suppress);
- добавить описание материала;
- добавить материал в систему из внешнего источника данных;

 выбрать материал по умолчанию для твердых и/или жидких частей модели.

Столбец содержания показывает имя материала, содержащегося в выбранном источнике данных. Тип и состояние материала обозначается пиктограммой слева от имени. Состояние материала указываются следующим образом:

- 🦠 – данные, содержащиеся в этом материале, допустимы;

– 🧐 – некоторые данные, содержащиеся в этом материале, не-корректно определены.

Столбец исключения (*Suppression*) отмечен знаком S и показывает статус элемента. Кликнув в этом столбце напротив выбранного материала, можно исключить его из рассмотрения, не удаляя его из источника. Этот столбец отображается только в том случае, если выбран текущий набор материалов.

Столбец добавления (*Add*) служит для добавления элемента из внешнего источника данных в текущий набор материалов, а также показывает, включен ли этот элемент в текущий набор. Этот столбец отображается только тогда, когда источником данных является библиотека материалов или группа *Favorites*. Чтобы добавить материал в текущий набор нужно нажать на кнопку добавления (). Если элемент включен в текущий набор, то это отмечается пиктограммой (). Альтернативный способ добавления элемента в текущий набор – перетащить элемент из панели структуры данных в строку *Engineering Data*.

Столбец, отмеченный знаком **•**, позволяет определять материалы, которые будут включены по умолчанию в текущий набор материалов при создании нового блока анализа. Этот столбец отображается только в том случае, если в окне *Outline Filters* выбран источник данных – «Избранное» (*Favorites*).

Столбец *Source* показывает связь материала со своим источником данных. Удерживая курсор мыши на пиктограмме, можно вывести путь к файлу, хранящему информацию о материале. Состояние данных о материалах по отношению к их источнику показывается следующим образом:

– 謍 – данные совпадают с источником;

- 🚔 – данные не совпадают с источником;

– 🛐 – данные не могут быть найдены в источнике или источник отсутствует.

С помощью контекстного меню, вызываемого на строке материала, можно посмотреть файл-источник (команда View Linked Source), обновить данные из источника (команда Refresh From Linked Source) или разорвать связь с источником (команда Break Link To Source).

Столбец описания (*Description*) показывает описание для элемента, содержащегося в источнике данных. Удерживая курсор мыши над описанием, можно отобразить подсказку с полным описанием. Таким образом, если столбец слишком мал, можно увидеть содержимое без изменения его размеров.

Для изменения материала, принятого по умолчанию для нового анализа, необходимо выбрать в *Outline Filter* источник данных, затем в панели *Outline Pane* выбрать материал и с помощью контекстного меню добавить его в «Избранное» (команда Add to Favorites). Далее в Outline Filter нужно, кликнув на Favorites, отобразить содержимое этой группы и, вызывая на нужном материале контекстное меню, указать его в качестве либо Default Solid Material (материал по умолчанию для моделирования твердых тел), либо Default Fluid/Field Material (материал по умолчанию для моделирования жидкости или поля). В новом проекте материалом по умолчанию для твердых частей модели является конструкционная сталь (Structural Steel), а для жидких – воздух (Air).

Также можно запретить использовать материал по умолчанию, убрав соответствующую отметку в контекстном меню. Установка материала, используемого по умолчанию для модели (или запрет такой установки) будет влиять на все блоки анализа, созданные впоследствии в этом проекте.

Свойства материалов могут задаваться как физическими константами, так и набором табличных данных. Для материалов из имеющихся в модуле управления материалами библиотек уже заданы все необходимые свойства. Для новых материалов нужно самостоятельно определять набор свойств, перетаскивая их из окна *Toolbox* в панель свойств *Properties*.

Редактировать свойства ранее созданных материалов можно, только если соответствующий источник данных переведен в режим редактирования. Модификацию констант можно производить путем изменения значений (столбец *Value*) и/или единиц измерения этих данных (столбец *Unit*) в панели свойств *Properties Pane*. При переходе к новой единице измерения текущее значение будет автоматически преобразовано. Если введенное значение недопустимо, поле будет закрашено желтым цветом.

Если данные, характеризующие свойство материала, представлены в табличной форме, то это указывается в столбце значений знаком *Tabular*. Кликнув в данную ячейку, можно отобразить соответствующую таблицу в панели таблиц *Table Pane*. В этой же панели табличные значения могут быть изменены, для этого нужно кликнуть на нужную ячейку и ввести новое значение. Ввод новых ячеек выполняется в последней строке, отмеченной *. Единицы измерения задаваемой величины указаны в заголовке столбца, который имеет вид раскрывающегося списка. Раскрыв список можно выбрать нужную единицу измерения, при этом текущее значение будет преобразовано к новой единице измерения. Если в какую-либо ячейку таблицы введено недопустимое значение, то она закрашивается желтым цветом.

Состояние свойства материала указывается следующим образом:

- 🔀 – свойство материала описано отдельным параметром;

– 100 – свойство материала описывается группой параметров;

– 22 – параметр, определяющий свойство материала, некорректно определен;

 – 2¹⁰ – в группе параметров, определяющих свойство материала, есть некорректно определенные.

Чтобы найти ошибку в задании значений параметров необходимо выполнить команду *Display Validation Failure* из контекстного меню неправильно введенных данных (рис. 4.10). Будет выведено информационное сообщение с указанием ошибки и рекомендаций для ее исправления.

Для материалов из текущего набора можно исключать некоторые их свойства из анализа. Для этого нужно поставить флажок в столбце *Suppression*, отмеченном знаком **3**. Исключенное свойство отображается зачеркнутым. Для отмены исключения свойства нужно убрать флажок из этого столбца.

Последний столбец *Parametrize* отмечен знаком *v* и служит для параметризации свойства. Параметризация доступна только для свойств материалов из текущего набора. Флажок в этом столбце напротив свойства означает, что оно включено в перечень параметрпеременных текущего анализа. Параметризованное свойство может быть отредактировано только при работе с блоком *Parameters* (см. стр. 135). Для удаления параметризации свойства нужно повторно кликнуть на флажок в столбце *Parametrize*, при этом будет восстановлено его исходное значение.

	A	В	С	D
	Contents of Engineering Data 🗦	8	s.	Description
2	= Material			
}	2 Structural Steel	×	Del Du	Eatique Data at zero mean stress ete Dicate
•	Click here to add a new material	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	View Linked Source Refresh From Linked Source Break Link to Source	
		~	Def Def	ault Solid Material For Model ault Fluid/Field Material For Model
			Disp	olay Validation Failure
			Exp	band All

Puc. 4.10

Табличные данные могут быть параметризованы с помощью масштабного коэффициента и/или смещения. Значение масштабного коэффициента варьирует кривую путем умножения значения ординаты в каждой точке кривой. Смещение добавляется или вычитается из значения ординаты в каждой точке кривой. Для варьирования табличных данных используется следующее уравнение:

Свойство = Масштабный коэффициент * Значение + Смещение.

После удаления параметризации масштабный коэффициент и смещение восстанавливают свои значения по умолчанию 1,0 и 0,0 соответственно.

В табл. 4.2 приведен порядок выполнения основных задач, выполняемых в модуле управления материалами. Перед выполнением указанных действий нужно создать проект и вставить в него блок инженерного анализа.

150

Таблица 4.2

Задача	Порядок действий
Получение доступа к модулю управления материалами	1. Выполните двойной щелчок по строке элемента <i>Engineering Data</i> в блоке анализа или вызовите на нем контекстное меню и выберите пункт <i>Edit</i>
Импорт материалов в источник данных	 Выберите источник данных на панели структуры фильтров Outline Filter Pane. Установите флажок Edit Library в столбце справа от названия источника данных. Выберите меню File →Import Engineering Data Выделите файл и нажмите на кнопку Открыть.
Импорт источника данных	 Выберите кнопку просмотра в последней строке панели структуры фильтров. Выделите файл и нажмите на кнопку Открыть.
Экспорт источника данных	 Выберите источник данных на панели структуры фильтров. Выберите меню <i>File→Export Engineering Data</i> Выберите папку, введите имя файла и нажмите на кнопку <i>Coxpaнumb</i>.
Экспорт отдельных материалов	 Выберите источник данных на панели структуры фильтров. Выберите один или несколько элементов на пане- ли структуры данных <i>Outline Pane</i>. Выберите меню <i>File→Export Engineering Data</i> Выберите папку, введите имя файла и нажмите на кнопку <i>Сохранить</i>.
Объединение источников данных	 Выполните импорт каждого из источников данных, которые Вы хотите объединить. Установите флажок <i>Edit Library</i> в столбце справа от названия источника данных или создайте новую библиотеку. Выберите источник данных. Из панели структуры данных перетащите интересующий элемент в панель структуры фильтров и поместите его в источник данных, который Вы хотите объединить. Выполните предыдущую операцию для всех интересующих элементов. Нажмите на кнопку <i>Save</i> (В) в панели структуры фильтров для сохранения изменений.

В табл. 4.3 представлены основные операции, связанные со свойствами материала. Все задачи требуют предварительного выполнения следующих основных операций:

- получение доступа к модулю управления материалами;

- выбор источника данных на панели Outline Filter Pane;

 пометка этого источника данных как редактируемого, если это необходимо.

Таблица 4.3

Задача	Порядок действий
Создание нового материала	 На панели структуры данных Outline Pane выберите последнюю ячейку, отмеченную как Click here to add a new material. Введите имя нового материала и нажмите на клави- шу Enter.
Добавление свойст- ва материала	 Выберите на панели структуры данных материал, который должен получить новые свойства. Выполните двойное нажатие на свойстве, которое нужно добавить из окна <i>Toolbox</i>.
Удаление свойства материала	 Выберите материал, свойство которого нужно удалить, в панели структуры данных. Выберите свойство на панели свойств <i>Properties Pane</i>. Вызвав контекстное меню на свойстве, выберите пункт <i>Delete</i>.
Изменение свойства материала	 Выберите на панели структуры данных материал, свойство которого нужно изменить. Выберите свойство на панели <i>Properties Pane</i>. Выполните одно из следующих действий: для свойства, задаваемого константой, измените значение или единицу измерения на панели свойств; для свойства, заданного в табличной форме, измените значения или единицы измерения на панели таб- лиц <i>Table Pane</i>.
Параметризация свойства материала	 Выберите на панели структуры данных материал, свойство которого нужно параметризовать. Установите для этого свойства флажок в столбце па- раметров <i>Parametrize</i>. Для свойств, заданных таблично, используйте масштабный коэффициент и/или смещение.
Исключение свойст- ва материала	 Выберите на панели структуры данных материал, свойство которого нужно исключить. Установите для этого свойства флажок в столбце Suppression.

Окончание табл.4.3

Задача	Порядок действий
Выбор материала по умолчанию	 Выберите материал, который нужно использовать по умолчанию. В контекстном меню для этого материала выберите команду Add to Favorites. Выберите Favorites на панели Outline Filter. Выберите материал, который будет использован по умолчанию, и в контекстном меню этого материала от- метьте пункт Default Solid Material (материал по умол- чанию для моделирования твердых тел), либо Default Fluid/Field Material (материал по умол- лирования жидкости или поля).

Как уже было указано, все доступные свойства материалов отображаются в окне *Toolbox*. Так как по умолчанию включен фильтр (кнопка), то будут отображаться только свойства, применимые в текущем блоке анализа. Выключив фильтр, можно вывести все свойства, предоставляемые пакетом ANSYS.

Некоторые свойства являются взаимоисключающими, то есть, необходимо, чтобы только одно из этих свойств не было исключено. Исключение одного из этих свойств (флажком в столбце *Suppression*) автоматически активизирует взаимоисключающие свойства и наоборот. Например, определение билинейного изотропного упрочнения (*Bilinear Isotropic Hardening*) и мультилинейного изотропного упрочнения (*Multilinear Isotropic Hardening*) является избыточным для описания пластических свойств одного и того же материала. Когда возникает такой конфликт, используется свойство, определенное последним, а конфликтующее с ним свойство исключается. Взаимоисключающие свойства сгруппированы и представлены в табл. 4.4.

Выбирать свойства материала нужно, основываясь на том, как изменяется поведение материала по осям *x*, *y*, *z*, постоянно ли оно во всех направлениях (изотропия) или различается в зависимости от оси (ортотропия). По умолчанию ортогональные направления согласуются с глобальной системой координат. Для изменения этих направлений можно использовать локальную систему координат. Для ортотропных свойств – чтобы получить решение, необходимо определить положение осей x, y, z (2D-модели используют только оси x, y).

7	аблии	a 4	4
	aosinių		

Свойство материала
– Изотропная упругость (Isotropic Elasticity);
– Ортотропная упругость (Orthotropic Elasticity);
– Модель Муни-Ривлина (Mooney-Rivlin);
– Модель Нео-Хукена (Neo-Hookean);
– Полиномиальная модель (<i>Polynomial</i>);
– Модель Йео (Yeoh);
– Модель Огдена (Ogden)
– Билинейное изотропное упрочнение (Bilinear Isotropic Hardening);
– Полилинейное изотропное упрочнение (Multilinear Isotropic Hardening);
– Билинейное кинематическое упрочнение (Bilinear Kinematic Hardening);
– Полилинейное кинематическое упрочнение (Multilinear Kinematic
Hardening)
– Изотропная теплопроводность (Thermal Conductivity Isotropic);
– Ортотропная теплопроводность (Thermal Conductivity Orthotropic)
– Изотропное сопротивление (Isotropic Resistivity);
– Ортотропное сопротивление (Orthotropic Resistivity)

Свойства, зависящие от температуры (идентификатор f(T) в этом случае отображается рядом со свойством), вводятся как табличные данные. При решении свойства материала вычисляются для температуры в интегрируемых точках элементов. Если температура интегрируемой точки падает ниже или возрастает выше заданного интервала температур, то решатель полагает температуру равной заданной минимальной или максимальной температуре соответственно, для свойств материала за пределами заданного интервала.

Результаты экспериментального исследования материала вводятся в соответствующее свойство в табличном виде. Затем ANSYS строит по этим данным аппроксимирующую кривую, на основе которой рассчитываются коэффициенты моделей материала. Могут быть внесены результаты следующих испытаний материала: одноосное испытание (деформация – напряжение);

- двухосное испытание (деформация напряжение);
- испытание на сдвиг (деформация напряжение);
- объемное испытание.

Аппроксимирующую кривую экспериментальных данных поддерживают следующие модели гиперупругих материалов:

- модель Муни-Ривлина (Mooney-Rivlin);
- модель Нео-Хукена (Neo-Hookean);
- полиномиальная модель (*Polynomial*);
- модель Йео (Yeoh);
- модель Огдена (*Ogden*).

Для того чтобы выбрать кривую, наиболее точно соответствующую полученным экспериментальным данным необходимо выполнить построение аппроксимирующих кривых в соответствии с различными моделями материала.

Некоторые CAD-системы имеют возможность задавать материалы для геометрических моделей при их построении. Эти материалы также могут быть использованы в модуле управления материалами. Для этого нужно установить флажок в ячейке на свойствах материала (Material Properties) в ячейке геометрии панели свойств Properties Pane. Материалы, присвоенные геометрическим моделям в САДсистеме, будут переданы в текущий набор материалов. При обновлении модели из CAD-системы создается временный файл формата MatML 3.1, который содержит эти материалы. Этот файл будет добавлен как источник данных и в его описании будет информация о системе, которой он принадлежит. Этот файл обновляется автоматически при обновлении данных в САД-системе. Материалы из этого источника данных могут использоваться так же, как материалы из других источников. Если флажок в ячейке на свойствах материала (Material Properties) поставлен, а геометрической модели в CADсистеме не присвоен материал, то при обновлении модели будет назначен материал по умолчанию.

4.4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Пластичность – способность материала получать остаточные деформации без разрушения и сохранять их после снятия нагрузки. Когда пластичный материал испытывает напряжения выше предела упругости, он попадает в зону текучести, что соответствует появлению больших остаточных деформаций (рис. 4.11).

Для описания пластичности должны использоваться истинные напряжения и деформации, так как они более точно характеризуют состояние материала. Истинные напряжения σ получают отнесением нормальных сил в сечении к площади этого сечения. Для расчета истинных напряжений должно



быть измерено мгновенное значение площади сечения. При построении диаграммы растяжения, полученной на основании испытания на растяжение (сжатие) образца, используются условные напряжения σ_{ycn} , которые определяются отношением нормальных сил к начальной площади сечения.

Если известны условные напряжения σ_{yca} , то их можно преобразовать к истинным в соответствии со следующей аппроксимацией. Пока деформация незначительна, условные напряжения соответствуют истинным:

$$\sigma = \sigma_{vcn}.$$
 (149)

При развитых пластических деформациях вплоть до момента образования шейки для расчета истинных напряжений используется следующая зависимость:

$$\sigma = \sigma_{y_{CT}} \left(1 + \varepsilon_{u_{3M}} \right), \quad \varepsilon = \ln \left(1 + \varepsilon_{u_{3M}} \right), \tag{150}$$

где $\varepsilon_{_{uзм}}$ – измеренная деформация образца.

Отметим, что для преобразования напряжений используются следующие допущения:

материал несжимаем (приемлемое допущение для больших деформаций);

 распределение напряжений по сечению образца считается равномерным.

По данным испытаний образца на растяжение строится кривая «напряжение – деформация» (см. рис. 4.11). Реальная конструкция чаще всего испытывает сложное напряженное состояние. Критерий текучести содержит некоторый скалярный инвариант, позволяющий поставить в соответствие сложному напряженному состоянию эквивалентное ему по некоторой величине простое напряженное состояние.

В целом, напряженное состояние может быть разделено на два составляющих состояния:

- гидростатическое напряжение создает изменение объема;
- девиатор напряжений создает изменение формы.

Критерий текучести фон Мизеса говорит о том, что текучесть возникает в том случае, когда энергия формоизменения в единице объема равна энергии формоизменения в том же объеме при достижении предела текучести в случае одноосного напряженного состояния. В соответствии с этой теорией скалярный инвариант (эквивалентное напряжение фон Мизеса) определяется следующим выражением:

$$T_{e} = \sqrt{\frac{1}{2}} \Big[(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2} \Big], \quad (151)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения.

σ

В пространстве главных напряжений поверхность текучести фон Мизеса является цилиндром. Образующей цилиндра является ось $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Заметим, что если напряженное состояние попадает внутрь этого цилиндра, то текучести не наблюдается. В частности это означает, что если материал находится под действием гидростатического давления ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), то это не приводит к возникновению текучести. На границе цилиндра (рис. 4.12) появляются пластические деформации. При идеальной упруго-пластической модели материала никакого напряженного состояния не может существовать за пределами цилиндра. Реальные материалы упрочняются, при их деформировании за предел текучести поверхность текучести изменяется. Изменение поверхности текучести в процессе нагружения описывается законами упрочнения.





В ANSYS используются два закона упрочнения, описывающих изменение поверхности текучести:

 кинематическое упрочнение. Поверхность текучести остается постоянного размера и перемещается в направлении пластической деформации (рис. 4.13);

 изотропное упрочнение. Поверхность текучести равномерно расширяется в направлениях пластической деформации (рис. 4.14).



Поведение большинства металлов соответствует кинематическому упрочнению при относительно малых деформациях, в частности, при циклическом нагружении. Зависимость «напряжение – деформация» для линейного кинематического упрочнения представлена на рис. 4.15.



Puc. 4.15

При упругих деформациях перемена знака внешнего усилия вызывает только изменение знака деформации, без изменения ее абсолютной величины. Если же под влиянием внешних усилий в металле наступает режим пластической деформации, то свойства металла изменяются и начинает сказываться влияние знака первоначальной деформации. Если металл подвергнуть пластической деформации одного знака, то при перемене знака деформации обнаруживается понижение предела текучести. Разница между пределами текучести при растяжении и сжатии, равная $2\sigma_y$, остается постоянной (см. рис. 4.15). Это свойство известно как эффект Баушингера.



Puc. 4.16

Все первоначально изотропные материалы перестают быть таковыми в процессе кинематического упрочнения. При моделировании больших деформаций модель кинематического упрочнения может стать неадекватной для описания свойств материала (рис. 4.16). Изотропное упрочнение подразумевает, что поверхность текучести равномерно расширяется во всех направлениях вследствие пластической деформации (рис. 4.17).



Puc. 4.17

В ANSYS применяются два типа кривых «напряжение – деформация»: билинейная и полилинейная (рис. 4.18). Билинейная диаграмма задается модулем упругости, пределом текучести, касательным модулем и дополняется коэффициентом Пуассона. Полилинейная диаграмма задается с помощью таблицы значений деформаций и соответствующих им истинных напряжений. Модуль упругости и коэффициент Пуассона задаются отдельно. Первая ненулевая точка диаграммы должна с высокой точностью соответствовать модулю упругости.



Puc. 4.18

4.4.1. ЗАДАНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА

Для определения линейных упругих свойств материала должны быть заданы модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Пластичность металлов учитывается через нелинейную модель материала. Ниже представлен пример задания пластических свойств материала. Предполагается, что модуль управления материалами уже активизирован.

В окне *Toolbox* откройте группу *Plasticity* и выделите одну из моделей пластичности. Например, на рис. 4.19 показан выбор билиней-

Plasticity	
🔀 Bilinear Isotro	oic Hardenino
🚰 Multilinear 1	Include Property
Bilinear Kine Multilinear H Life	Expand All Collapse All

Puc. 4.19

ной изотропной модели материала. В контекстном меню этой модели выберите пункт *Include Property*, и модель билинейного изотропного упрочнения *Bilinear Isotropic Hardening* появится в окне свойств *Properties Pane*. Желтые пустые ячейки будут доступны для ввода значений ве-

личин предела текучести (*Yield Strength*) и касательного модуля (*Tangent Modulus*) (рис. 4.20). По заданным значениям предела текучести и касательного модуля в панели диаграмм (*Chart*) будет автоматически построена диаграмма (рис. 4.21).

roper	ties of Outline Row 3: Structural Steel		_ ×
•	A	В	<u> </u>
1	Property	Value	
6	🗄 🔄 Isotropic Elasticity		
12	🖃 🥐 🔀 Bilinear Isotropic Hardening		
13	Yield Strength		100
14	Tangent Modulus		- 11
15	🗄 🚰 Alternating Stress Mean Stress	Tabular	

Puc. 4.20





Аналогично могут быть установлены свойства материала, определенные на основе полилинейной изотропной модели (Multilinear Isotropic Hardening) или модели кинематического упрочнения (Multilinear Kinematic Hardening) (рис. 4.22).



Puc. 4.22

Модель полилинейной изотропии и модель кинематического упрочнения включают свойства, зависящие от температуры (рис. 4.23).





4.5. ЗАДАНИЕ СВОЙСТВ ГИПЕРУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ

Как было отмечено ранее, модуль управления материалами содержит инструмент построения аппроксимирующих кривых, служащий для перевода экспериментальных данных в коэффициенты функций плотности энергии деформации для всех доступных гиперупругих моделей (рис. 4.24).

Экспериментальные данные для построения кривых обычно выбираются на основе одного или более испытаний из шести возможных типов:

- одноосное растяжение;
- одноосное сжатие;
- двухосное растяжение (круглые или прямоугольные образцы);
- плоский сдвиг;

- чистый сдвиг;
- объемный эксперимент.





Экспериментальные данные собираются в виде условных напряжений и деформации. Условные напряжения и деформации используются для аппроксимации кривых (учитывая, что абсолютное удлинение $\lambda = 1 + \varepsilon_E$). Исключением являются данные объемного эксперимента, где требуются истинные напряжения. В этом состоит отличие от аппроксимирующих кривых пластичности металлов, при построении которых экспериментальные данные конвертируются в истинные напряжения.

В табл. 4.5 представлен список требуемых данных для различных типов испытаний. Для полностью несжимаемых материалов предполагается, что коэффициент Пуассона равен 0,5. Таким образом, объемная деформация считается равной нулю и не используется. В предположении о несжимаемости материала (v = 0,5) следующие формы деформации идентичны:

- одноосное растяжение и двухосное сжатие;
- одноосное сжатие и двухосное сжатие;
- плоское растяжение и плоское сжатие.

Поведение	Тип испытания	Столбец 1	Столбец 2
материала			
Полностью	Одноосное испытание	Измеренная деформация	Условное напряжение
несжимаемый	Двухосное испытание	Измеренная деформация	Условное напряжение
	Испытание на сдвиг	Измеренная деформация	Условное напряжение
Почти	Одноосное испытание	Измеренная деформация	Условное напряжение
несжимаемый	Двухосное испытание	Измеренная деформация	Условное напряжение
	Испытание на сдвиг	Измеренная деформация	Условное напряжение
	Объемное испытание	Объемная деформация	Истинное напряжение

Таблица 4.5

Собранные данные могут потребовать корректировки с учетом эффекта гистерезиса и разупрочняющегося поведения материала. Типичная кривая «напряжение – деформация» для образца из резины представлена на рис. 4.25. Заметим, что эффект гистерезиса для этого образца имеет место, так как поведение материала при нагрузке и разгрузке отличается. Также присутствуют эффекты разупрочнения, такие как эффект Маллина (*Mullin*). Усредненная кривая (при нагрузке) должна быть смещена в начало координат (нулевое напряжение и нулевая деформация) и использована для построения аппроксимирующей кривой.



Puc. 4.25

Приведем пример задания свойств гиперупругого материала. В окне *Toolbox* раскройте содержимое группы *Experimental Stress Strain Data*, где расположены свойства, позволяющие задать экспериментальные данные по напряжениям и деформациям. Правой кнопкой мыши выделите один из типов испытаний, например, *Uniaxial Test Data* – одноосное испытание, и в появившемся контекстном меню выберите пункт *Include Property*, чтобы добавить этот элемент в окно свойств материала (рис. 4.26). Если необходимо, повторите эти действия для других типов испытаний.



Puc. 4.26

Для каждого набора данных испытаний:

– откройте файл с данными и скопируйте, нажав комбинацию клавиш *Ctrl* + *C*, столбцы напряжений и деформаций;

– вставьте данные в окно таблицы свойств материала *Table of Properties*, нажав комбинацию клавиш *Ctrl* + *V*.

Экспериментальные данные должны содержать условные деформации (столбец *A*) и условные напряжения (столбец *B*). Диаграмма «напряжение – деформация» автоматически появляется после ввода данных (рис. 4.27).

После ввода всех данных испытаний выберите функцию плотности энергии деформации в окне *Toolbox*, чтобы запустить аппроксимацию кривой (рис. 4.28).





Важно ввести данные испытаний до выбора функции плотности энергии деформации. Если функция плотности энергии деформации выбрана после ввода данных, то инструмент построения аппроксимирующей кривой будет недоступен (рис. 4.29).

С

Unit

tonne mm^-3

MPa

MPa

MPa

MPa^-1

MPa^-1

MPa^-1

DE

😿 ቩ

•

Toolbox _ X	Outline	of Schematic A2: Engineering Data		
Physical Properties	Properti	ies of Outline Row 3: Structural Steel		
🕑 Linear Elastic	•	A	В	
	1	Property	Value	
Hyperelastic	2	🚰 Density	7.85E-09	to
🔁 Neo-Hookean	3	Coefficient of Thermal Expansion		
Mooney-Rivlin 2 Parameter	6	🗄 📔 Isotropic Elasticity		
Mooney-Rivlin 5 Parameter	9	🗉 📔 Uniaxial Test Data	Tabular	
Mooney-Rivlin 9 Parameter	12	🗉 📔 Biaxial Test Data	III Tabular	
Polynomial 1st Order	15	🗉 📔 Shear Test Data	III Tabular	
🔁 Polynomial 2nd Order	18	🗉 🧃 🔀 Yeoh 3rd Order		
Polynomial 3rd Order	19	Material Constant C10		M
Yeoh 1st Order	20	Material Constant C20		М
12 reoh 2nd Order	21	Material Constant C30		M
Cogden Include Property	22	Incompressibility Parameter D1		м
Ogden Expand All	23	Incompressibility Parameter D2		м
Collapse All	24	Incompressibility Parameter D3		м
	25	🗉 🕍 Curve Fitting	Fit Type: Yeoh 3rd	Order
	26	Error Norm for Fit	Normalized Error	•

Puc. 4.28

18	🗏 🧃 🔀 Yeoh 3rd Order		- 51	
19	Material Constant C10		MPa	
20	Material Constant C20		MPa	
21	Material Constant C30		MPa	
22	Incompressibility Parameter D1		MPa^-1	
23	Incompressibility Parameter D2		MPa^-1	
24	Incompressibility Parameter		MPa^-1	
25	🗉 🛛 📓 Curve Fitting	Fit Type: Yeoh 3rd O	rder	-0. 50
20	Error Norm for Fit	Normalized Error		



На следующем шаге нужно правой кнопкой мыши выделить Curve Fitting и в появившемся контекстном меню выбрать команду Solve Curve Fit. Будет запущена процедура нахождения аппроксимирующей кривой методом наименьших квадратов для нахождения наилучшей комбинации коэффициентов, соответствующих данным испытаний для выбранной плотности энергии деформации. После построения аппроксимирующей кривой в окне панели диаграмм Chart Pane выводится изображение диаграмм «напряжение – деформация» данных испытаний и найденной кривой (рис. 4.30).



Puc. 4.30

Пункт меню Error Norm for Fit (рис. 4.31) позволяет использовать различные нормы для расчета точности аппроксимации. Нормированная ошибка (*Normalized Error*) дает равный вес всем точкам данных, в то время как абсолютная ошибка (*Absolute Error*) дает больший вес точкам данных с большими значениями. В общем, нормированная ошибка подходит для большинства случаев. Если возникают большие деформации, то лучше использовать абсолютную ошибку, поскольку в этом случае большие значения деформации имеют больший вес.

🗉 🛛 🞽 Curve Fitting	Fit Type: Yeoh 3rd Order
Error Norm for Fit	Normalized Error 👻
🔀 Uniaxial Test Data 🏾	Normalized Error
🔀 Biaxial Test Data	
🔀 Shear Test Data	III Tabular
Ra ustantia tato ta	Add this experimental data, to include

Puc. 4.31

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Запустите ANSYS Workbench, создайте новый блок статического прочностного анализа *Static Structural*. Запустите модуль управления материалами. Ответьте на следующие вопросы:

- Для чего предназначены окна Outline Filter и Outline Pane?
- В каком окне находятся свойства материалов?
- Что отображается в панелях Table и Chart?

2. Создайте новый материал с именем «*NewMat1*». Задайте ему упругие свойства (модуль Юнга и коэффициент Пуассона).

3. Измените упругие свойства материала «*NewMat1*», сделав модуль Юнга зависящим от температуры. Задайте несколько значений при различных температурах.

4. Добавьте материал Aluminium Alloy из стандартной библиотеки General Materials в текущий набор материалов. Исключите плотность этого материала из перечня свойств.

5. Назначьте *Aluminium Alloy* в качестве материала, используемого по умолчанию для твердых тел.

6. Какими задаются пластические свойства материала?

7. Каким свойством задаются результаты одноосных испытаний материала на растяжение/сжатие?

8. Какие модели гиперупругих материалов используются в ANSYS? В какой группе свойств они находятся?

9. Для чего служит свойство *Curve Fitting* из группы свойств модели гиперупругих материалов?

5. ГЕНЕРАЦИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ СЕТКИ

Для получения численного решения необходимо выполнить разбиение геометрических моделей конечно-элементной сеткой. Данная процедура выполняется в модуле симуляции Mechanical. Настоящая глава содержит описание основных команд, применяемых для создания сетки и управления ее параметрами.

5.1. ПОРЯДОК РАЗБИЕНИЯ

Сетка генерируется на геометрической модели и является основой для составления и решения системы уравнений в матричном виде. Существует два способа генерации сетки:

– автоматическая генерация сетки с установками по умолчанию при запуске на решение. При этом имеется возможность предварительно просмотреть сетку (команда *Preview*) до запуска на расчет, чтобы оценить её соответствие поставленной задаче;

 - генерация сетки с задаваемыми пользователем установками. В этом случае пользователь самостоятельно определяет особенности создаваемой сетки и задает значения необходимых параметров.

При создании конечно-элементной сетки следует придерживаться следующего порядка действий:

1. Определить тип анализа (прочностной, тепловой и т.д.), как это показано на рис. 5.1. Тип анализа будет установлен автоматически, если сетка генерируется в какой-либо физической системе, например FLUENT, CFX и т.д.

2. Установить метод создания сетки и задать установки конечноэлементной сетки (плотность, форму элементов, размеры и т.д.). Для удобства можно создать именованную группу объектов.

3. Предварительно просмотреть сетку и, при необходимости, скорректировать установки. Предварительный просмотр инициирует генерацию сетки. Дальнейший запуск на решение не требует повторения этой процедуры. 4. Сгенерировать сетку. При запуске на решение этот пункт может выполняться автоматически.

5. Проверить качество сетки и при необходимости повторить действия в пунктах 2 и 3.



Сетка на объемных телах создается с помощью тетраэдрических или гексаэдрических твердотельных элементов с линейной или квадратичной функцией формы. Сетка на двумерных объектах создается с помощью треугольных или прямоугольных твердотельных элементов с линейной или квадратичной функцией формы. Сетка в тонких слоях или оболочках (*Surface bodies*) создается с помощью линей-

ных оболочечных элементов. Сетка на одномерных объектах (*Line bodies*) создается с помощью линейных балочных элементов (*Beam*). Линейные элементы используются для расчета стержневых конструкций.

Модуль геометрического моделирования DesignModeler позволяет соединить в одной детали несколько разнородных геометрических объектов – твердотельных и оболочечных, и получить составную деталь (*Multibody Part*). Для составной детали генерируется единая сетка. Это позволяет моделировать, например, оболочки вместе с жесткими стрежнями. Создание составной детали в модуле DesignModeler предполагает, что на границе различных геометрических объектов при генерации сетки узлы объединяются. При объединении граничных узлов не требуется определение контактных условий на границе. Свойства материалов для тел могут различаться.

В ANSYS Workbench возможно моделирование контактного взаимодействия без задания точного совпадения на границе узлов

сетки контактирующих деталей. Специальные контактные элементы образуют особый поверхностный слой в области контакта и позволяют задавать параметры взаимодействия деталей. Сетки на контактирующих поверхностях различных деталей могут быть неидентичными. Допускается контакт сеток, образованных произвольно гексаэдрическими и тетраэдрическими элементами. Такой подход к моделированию контакта допускает задание различной плотности сетки в контактирующих деталях.

На рис. 5.2 представлена рабочая область модуля симуляции. Раздел сетки элементов (*Mesh*) располагается в дереве проекта и позволяет управлять настройками сетки. При нажатии левой кнопки мыши на разделе *Mesh* изменяется вид панели инструментов, в которую выводятся основные команды работы с сеткой. Все доступные команды также можно вызвать через контекстное меню, вызываемое нажатием правой кнопки мыши на разделе *Mesh*.



Puc. 5.2

Для предварительного просмотра поверхностной сетки перед запуском на расчет нужно выполнить команду *Preview Surface Mesh* из контекстного меню группы *Mesh* (рис. 5.3). Эта команда также доступна на панели инструментов в выпадающем меню *Mesh* (рис. 5.4). Результат построения поверхностной сетки с параметрами по умолчанию показан на рис. 5.4.



5.2. ОБЩИЕ НАСТРОЙКИ ГЕНЕРАТОРА СЕТОК

Раздел *Defaults* окна настроек (*Details of Mesh*) содержит два вида настроек (рис. 5.5):

– установки, рекомендуемые для рассматриваемого вида физической задачи (*Physics Preference*);

- фактор плотности сетки (*Relevance*).

Для каждого вида физической задачи существуют определенные правила. В частности, для прочностных задач (*Structural*) – чем выше порядок элемента, тем грубее допускается сетка.





Плотность сетки, созданной по умолчанию, можно изменять. Для этого следует выбрать фактор плотности сетки (*Relevance*), который можно задавать в пределах от –100 до +100 (рис. 5.6). По умолчанию задается значение, равное нулю. Для просмотра измененной сетки можно использовать команду *Preview Surface Mesh*. Деталь с разной плотностью сетки в качестве примера представлена на рис. 5.7.







Relevance -100 Узлов 426 Элементов 212





Relevance 100 Узлов 2766 Элементов 1382

В окне настроек в разделе *Statistics* находится информация о количестве генерируемых узлов и элементов. На рис. 5.6 этот раздел выделен красной рамкой со скругленными углами.

Элементов 492

Puc. 5.7

Существует несколько способов контроля за плотностью сетки. При построении сеточной модели необходимо искать оптимальную дискретность сетки, учитывать при этом задействованные ресурсы вычислительной системы (память, время и т.д.) и точность вычислений. Сетка с большим количеством узлов позволяет находить более точное решение, но увеличивает расчетное время и объем памяти. В идеале решение не должно зависеть от плотности сетки. Измельчение сетки не компенсирует допущения физической модели и ошибки входных данных.

Кроме установки параметра (*Relevance*) имеется возможность установить его среднее значение (Relevance Center) в разделе задания размера элемента (Sizing). Возможные настройки представлены на рис. 5.8, результаты применения – на рис. 5.9.







Puc. 5.9

Установка размера элемента (Element Size) задает размер элемента во всей модели (рис. 5.10). Этот размер будет использован для создания сетки на всех ребрах, поверхностях и объемах. Данная опция будет недоступна при активированной функции дополнительных возможностей задания размера элемента (Use Advanced Size Function):

 по умолчанию генерируется сетка, соответствующая фактору плотности сетки (*Relevance*) и начальному размеру (*Initial Size Seed*).

может быть введено численное значение размера элемента.

De

De	etails of "Mesh"	4	De	tails of "Mesh"		
Ξ	Defaults		Ξ	Defaults		
	Physics Preference	Mechanical		Physics Preference	Mechanical	
	Relevance	0		Relevance	0	
Ξ	Sizing			Sizing		
	Use Advanced Size Function	Off		Use Advanced Size Function	Off	
	Relevance Center	Coarse		Relevance Center	Coarse	
	Element Size 🤇	Default		Element Size 🛛 🕻	5,0 mm	
	Initial Size Seed	Active Assembly		Initial Size Seed	Active Assembly	
	Smoothing	Medium		Smoothing	Medium	
	Transition	Fast		Transition	Fast	
	Span Angle Center	Coarse		Span Angle Center	Coarse	
	Minimum Edge Length	3,23540 m		Minimum Edge Length	3235,40 mm	
+	Inflation		+	Inflation		
+	Advanced		+	Advanced		
+	Pinch		+	Pinch		
+	Statistics		+	Statistics		

Puc. 5.10

Настройки окна исходного размера сетки (Initial Size Seed) позволяют управлять начальным размером, который программа использует при разбиении.

Настройки окна сглаживания (Smoothing) доступны при выключенной функции дополнительных возможностей задания размера элемента (Use Advanced Size Function). Сглаживание сетки выполняется для улучшения качества элементов. При этом осуществляется сдвиг узлов. Доступные в этом случае опции управляют числом итераций процесса сглаживания (рис. 5.11).

Опция преобразования сетки (*Transition*) управляет скоростью изменения регулируемых элементов (рис. 5.12). Настройки окна *Transition* доступны при выключенной функции дополнительных возможностей задания размера элемента (*Use Advanced Size Function*). Для задач механики рекомендуется установка *Fast*.



Настройки окна *Span Angle Center* (центр диапазона углов) регулируют размеры элементов на ребрах с учетом кривизны последних. Сетка будет генерироваться на областях с разной кривизной до тех пор, пока отдельные элементы не уложатся в соответствующий диапазон. Возможны следующие варианты:

- *Coarse* (грубая сетка) от 91° до 60°;
- *Medium* (средняя сетка) от 75° до 24°;
- *Fine* (мелкая сетка) от 36° до 12°.

Примеры построения сетки с различным значением параметра Span Angle Center показаны на рис. 5.13 и 5.14.

Sizing		
Use Advanced Size Function	Off	
Relevance Center	Coarse	
Element Size	5,0 mm	
Initial Size Seed	Active Assembly	
Smoothing	Medium	
Transition	Fast	
Span Angle Center 💦 🕻	Coarse	- //
Minimum Edge Length	3235,40 mm	



Puc. 5.13

Sizing					
Use Advanced Size Function	Off				
Relevance Center	Coarse				
Element Size	5,0 mm				
Initial Size Seed	Active Assembly				
Smoothing	Medium				
Transition	Fast				
Span Angle Center 💦 🕻	Fine				
Minimum Edge Length	3235,40 mm				



Puc. 5.14

В ANSYS Workbench конечно-элементную сетку можно изменять двумя способами:

1. Задавать расширенные опции изменения плотности сетки (*Use Advanced Size Function*) в окне настроек.

2. Изменять сетку глобально по всему объему через изменение следующих опций:

2.1. Размер элементов (*Element Size*) задает среднюю длину ребра элемента. Используется фильтр выбора сторон элементов и выбирается репрезентативное ребро элемента (например, по жесткости). Для изменения размера элемента по умолчанию нужно в строку *Element Size* ввести желаемое значение размера элемента (рис. 5.15).

2.2. Подобие и кривизна (Proximity and Curvature) задает измельчение сетки в области сильного искривления ребер для подобных ребер (рис. Рис. 5.16). Бегунком устанавливается значение в пределах от –100 до +100. Если опция размера элемента (Element Size) задана по умолчанию (Default), опция Proximity and Curvature выполняет ту же функцию, что Relevance (фактор плотности сетки) в основных опциях изменения сетки. Подобие (Proximity) линий учитывается для протянутых тел или при включенной функции подобия деталей.

2.3. Проверка формы (*Shape Checking*) задает проверку формы элементов (рис. 5.17). Для линейного анализа используется стандартный способ (*Standard Mechanical*), для нелинейного и гидродинамического анализа задаются более жесткие требования к форме элементов (*Aggressive Mechanical*).

De	tails of "Mesh"		Р	etails of "N
-	Defaults			Default
	Physics Preference	Mechanical		Physics F
	Relevance	0		Relevan
Ξ	Sizing			Sizing
	Use Advanced Size Function	Off		Use Adv
	Relevance Center	Coarse		Relevand
	Element Size	Default		Element
	Initial Size Seed	Active Assembly		Initial Siz
	Smoothing	Medium		Smoothin
	Transition	Fast		Transitio
	Span Angle Center	Coarse		Span An
	Minimum Edge Length	43982 mm		Minimum
+	Inflation		÷	Inflatio
+	Advanced		+	Advanc
+	Pinch		+	Pinch
+	Statistics	÷	Statisti	

etails of "Mesh"	Ф			
Defaults				
Physics Preference	Mechanical			
Relevance	0			
Sizing				
Use Advanced Size Function	Off 🔻			
Relevance Center	Off			
Element Size	On: Proximity and Curvatur			
Initial Size Seed	On: Proximity			
Smoothing	On: Fixed			
Transition	Fast			
Span Angle Center	Coarse			
Minimum Edge Length	43982 mm			
Inflation				
Advanced				
Pinch				
Statistics				

Puc. 5.15

Puc. 5.16

tails of "Mesh

2.4. Источник исходного размера (*Initial Size Seed*) указывает компонент геометрии, для которого определяется начальный размер элементов всей сборки или её части (рис. 5.18).

Details of "Mesh"			
Defaults			
Physics Preference	Mechanical		
Relevance	0		
+ Sizing			
+ Inflation			
- Advanced			
Shape Checking	Standard Mechanical	-	
Element Midside Nodes	Standard Mechanical		
Straight Sided Elements	Electromagnetics		
Number of Retries	CFD		
Rigid Body Behavior	Explicit		
Mesh Morphing	Disabled		
+ Pinch			
Statistics			

Puc. 5.17

]	Defaults				
	Physics Preference	Mechanical			
	Relevance	0			
]	Sizing	Sizing			
	Use Advanced Size Function	Off			
	Relevance Center	Coarse			
	Element Size	Default			
	Initial Size Seed	Active Assembly			
	Smoothing	Medium			
	Transition	Fast			
	Span Angle Center	Coarse			
	Minimum Edge Length	43982 mm			
]	Inflation				
Advanced					
]	Pinch				
	Pinch Tolerance	Please Define			
	Generate on Refresh	No			
]	Statistics				

Puc. 5.18

5.3. РАБОТА С МЕНЮ MESH CONTROL

Меню *Mesh Control* позволяет выбрать геометрическую форму элементов, содержит команды для управления размерами элементов создаваемой сетки и инструменты ее локального измельчения.

5.3.1. КОНТРОЛЬ ФОРМЫ ЭЛЕМЕНТОВ

Выбор опции Method выпадающего меню Mesh Control панели инструментов (рис. 5.19, *a*) позволяет контролировать форму элементов при автоматической генерации сетки, при этом в разделе Scope (область определения) в строке Geometry необходимо подтвердить выбранный объект нажатием клавиши Apply. После этого в окне настроек становятся доступными следующие условия создания элементов (рис. 5.19, δ):

- *Automatic* (автоматически) – заполнить объем генерацией параллелепипедов, а где это невозможно, использовать трехгранные призмы;

– *Tetrahedrons* (тетраэдры) – создавать элементы тетраэдрической формы;

Нех Dominant (преимущественно гексаэдры) – создавать, по возможности, параллелепипеды, а где это невозможно, использовать пирамиды и тетраэдры;

- *Sweep* (протягивание) – создавать элементы протягиванием.



Пример создания тетраэдральной сетки представлен в табл. 5.1.

Окончание табл. 5.1





Генерация гексагональной сетки задается опцией *Hex Dominant*. Алгоритм генерации гексагональной сетки предполагает создание сетки на поверхности преимущественно из четырехугольных элементов, а затем протягивание этой сетки внутрь. В последнюю очередь создаются элементы в форме тетраэдров и пирамид. Итоговая сетка состоит из гексаэдрических элементов на поверхности и тетраэдров внутри. Если создание такой сетки невозможно, появляется предупреждающее сообщение о плохом соотношении поверхностей выбранного объекта. В сетке содержание гексаэдров будет небольшим, либо появятся элементы с плохой формой. Выполните следующие изменения:

1. Уменьшите размер элемента.

2. В модуле Design Modeler рассеките геометрическую модель так, чтобы стала возможна трансляция.

3. Измените опцию контроля за формой элементов на создание тетраэдров.

В некоторых случаях для гексагональных сеток необходимо выявить вырожденные элементы. В вырожденных элементах количество граней меньше, чем в гексаэдре.

Последовательность действий для создания гексагональной сетки показана в табл. 5.2.





Окончание табл. 5.2

Сравнение сеток, полученных автоматически, с помощью тетраэдров и гексаэдров представлено на рис. 5.20. Из рисунка видно, что для данной детали сетка, созданная автоматически, является тетраэдральной, то есть такой же, как при создании сетки с выбором опции *Tetrahedrons*.







Сетка, полученная автоматически

Тетраэдральная сетка Гексагональная сетка *Рис. 5.20*

Трансляция элементов (*Sweep Method*) позволяет создавать регулярные сетки и добиваться лучшей сходимости расчетных результатов. По умолчанию данный способ является приоритетным для создания элементов. Автоматическая генерация сетки трансляцией элементов возможна, когда объемная геометрическая модель имеет одинаковую топологию хотя бы в одном направлении, то есть подобные сечения вдоль некоторого направления в пространстве. В этом случае модель будет разбиваться на элементы в форме гексаэдров. При разбиении могут появляться элементы в форме трехгранных призм (элементы клиновидной формы), что является допустимым.

Последовательность действий для получения конечноэлементной сетки методом трансляции элементов представлена в табл. 5.3.



Окончание табл. 5.3



5.3.2. ЛОКАЛЬНОЕ ИЗМЕНЕНИЕ СЕТКИ

В Workbench имеется возможность локального изменения сетки. Выбрав позицию *Sizing* (размер элементов) выпадающего меню *Mesh Control* панели инструментов, можно изменить плотность сетки локально. В окне настроек в строке *Туре* доступны следующие опции:

- *Element Size* (размер элементов) задает среднюю длину сторон элементов для выбранных геометрических объектов;

– *Number of Divisions* (число разбиений) задает количество элементов на ребре для выбранных геометрических объектов;

- *Sphere of Influence* (зона изменений в форме сферы) задает радиус сферы, внутри которой элементы генерируются с заданным размером.

Параметры *Sizing* позволяют изменить плотность сетки отдельной детали, увеличить или уменьшить размер элементов относительно параметров, заданных глобально. Вышеперечисленные опции применяются к геометрическим объектам, указанным в табл. 5.4. Для линий, поверхностей и объемов центр сферы по умолчанию задается относительно глобальной системы координат.

Таблица 5.4

Тип геометрии	Размер элемента	Число разбиений	Зона изменений (sphere of influence)
Bodies	\checkmark		\checkmark
Faces	\checkmark		\checkmark
Edges	\checkmark	\checkmark	\checkmark
Vertices			\checkmark

Последовательность действий для локального изменения сетки указанием радиуса зоны изменений в форме сферы относительно точки представлена в табл. 5.5.

Таблица 5.5







Последовательность действий для локального изменения сетки указанием зоны изменений на поверхности содержится в табл. 5.6.





Окончание табл. 5.6



Если локальная система координат уже создавалась, то в списке окна настроек она присутствует, если же не создавалась, то центр зоны изменения может быть задан только с помощью глобальной системы координат.

5.3.3. ПЛОТНОСТЬ СЕТКИ В КОНТАКТНОЙ ОБЛАСТИ

Выбрав позицию *Contact Sizing* (плотность сетки в контактной области) выпадающего меню *Mesh Control* панели инструментов, можно генерировать сетку с одинаковой плотностью на контактирующих поверхностях. При одинаковой сетке контактирующих поверхностей реализуется более точное моделирование процесса взаимодействия деталей. Можно изменять параметры *Element Size* или *Relevance* для сетки в области контакта в строке *Type* окна настроек (рис. 5.21).





Puc. 5.21

5.3.4. КОМАНДА REFINEMENT

Выбрав позицию *Refinement* (измельчение сетки) выпадающего меню *Mesh Control* панели инструментов, можно измельчать сетку в области выделенных точек, ребер или поверхностей. Использование этой опции является простым способом локального измельчения предварительной грубой сетки. Начальная сетка генерируется автоматически с параметрами по умолчанию, затем можно увеличить

плотность сетки в области выделенных точек, ребер или поверхностей. При выборе значения параметра *Refinement*, равного 1, ребра элементов делятся пополам и плотность сетки удваивается. Сетка, полученная по умолчанию, неоднородна. Сетка, измельченная с помощью *Refinement* также неоднородна, так как получается делением стороны элемента пополам. Чем больше значение параметра *Refinement*, тем на большее число элементов делятся исходные ребра элементов.

Последовательность действий для локального изменения сетки с помощью опции *Refinement* в области поверхности продемонстрирована в табл. 5.7.



Таблица 5.7



196

Окончание табл. 5.7



Опшии Sizing и Refinement (рис. 5.22) имеют различия. Параметр Sizing задает среднюю длину стороны элемента до генерации сетки, что обеспечивает получение однородной сетки на выбранных геометрических объектах. Параметр Refinement увеличивает число элементов простым делением сторон элементов исходной сетки. Если исходная сетка неоднородна, то измельченная сетка также неоднородна и не обеспечивает сглаженных переходов. Параметры Sizing и Refinement могут быть заданы для одной по-

верхности. При этом параметр *Sizing* позволяет получить однородную сетку в процессе первичной генерации, а параметр *Refinement* затем измельчает исходную однородную сетку.

5.3.5. ГЕНЕРАЦИЯ РЕГУЛЯРНОЙ СЕТКИ ПО РАЗМЕТКЕ

Генерация регулярной сетки по разметке (*Mapped Face Meshing*) позволяет генерировать регулярную сетку на поверхности. Генерация сетки по разметке возможна для оболочек. В этом случае сетка формируется четырехугольными (*quadrilateral*) или треугольными (*triangular*) элементами, но треугольные элементы не рекомендуется применять для оболочек, поскольку они не обеспечивают нужной точности. Если генерация сетки по разметке невозможна по какой-либо причине, сетка тем не менее создается без данной опции, о чем информирует специальный символ статуса в дереве проекта.

Пример генерации сетки по разметке (*Mapped Face Meshing*) для внутренней цилиндрической поверхности представлен в табл. 5.8.



5.3.6. СЕТКА НА СОЧЕТАЮЩИХСЯ ПОВЕРХНОСТЯХ

Окончание табл. 5.8



большую точность решения

Опция *Match Control* выпадающего меню панели инструментов (рис. 5.23) используется в моделях с циклической симметрией для генерации эквивалентных сеток на подобных поверхностях выделенной повторяющейся области (рис. 5.24). Расположение узлов на сочетающихся поверхностях будет идентичным.



Puc. 5.23

Последовательность действий для генерации сетки на сочетающихся поверхностях состоит из следующих шагов:

– добавление в дерево проекта позиции *Match Control* в разделе *Mesh*;

 выделение и подтверждение выбора в окне настроек сочетающихся поверхностей на геометрической модели;

– задание системы координат. Ось Z глобальной системы координат является осью симметрии.



Puc. 5.24

5.4. ПРОСМОТР СЕТКИ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

После создания сетки для её визуализации по объему модели можно задавать плоскость сечения, с помощью которой пользователь рассекает модель в интересующей его области. Плоскость сечения для просмотра внутренней сетки создается с помощью кнопки New Section Plane (новая плоскость сечения), расположенной на панели инструментов. Плоскость сечения (Section Plane) может показывать на экране внутреннюю сетку. Имеется возможность использования нескольких сечений. Можно отобразить на экране следующее:

- элементы с любой стороны выбранного сечения;
- рассеченные или целые элементы; —
- элементы в сечении.

Пример использования плоскости сечения рассмотрен в табл. 5.9.



3 – изображение в графическом окне после проведения плоскости сечения 🏥 🗙 🚬 кнопка для Таблица 5.9 отображения целых элементов кнопка для удаления кнопка для создания плоскости новой плоскости сечения сечения 5 - вид окна настроек плоскости сечения 7 – кнопка включения вида целых

Окончание табл. 5.9



5.5. ОШИБКИ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ СЕТКИ

Если генератор не может создать элементы правильной формы, появляется сообщение об ошибке. Проблемные геометрические объекты будут выделены, будет создана группа выбранных объектов *Problematic Geometry* (проблемная геометрия), что позволит исправить модель.

Ошибка при генерации сетки может произойти по ряду причин:

 для поверхностей заданы несовместимые размерные параметры, что может привести к созданию конечных элементов некорректной формы;

 сложная для автоматического генератора сетки геометрическая модель САD, в которой присутствуют узкие полосы или винтовые поверхности;

– установлен жесткий контроль за формой элементов (опция *Ag-gressive*).

Имеется несколько способов избежать отказов при генерации сетки:

 задать обоснованные размерные параметры конечных элементов (опция Sizing);

 задать меньшие значения размерных параметров, что позволит создать элементы корректной формы;

 в CAD-системе следует использовать функции просмотра скрытых линий, чтобы обнаружить и удалить тонкие полосы и другие проблемные для генератора сетки геометрические объекты;

 следует использовать виртуальные ячейки, чтобы объединить узкие полосы и маленькие поверхности.

5.6. РАБОТА С ВИРТУАЛЬНОЙ ТОПОЛОГИЕЙ

Инструменты виртуальной топологии (Virtual Topology) позволяют объединять поверхности при генерации сетки. По умолчанию опции виртуальной топологии не включены в дерево проекта, но могут быть добавлены в раздел Model. Кнопка, с помощью которой можно создать виртуальную топологию, расположена на панели инструментов, если в дереве проекта выделен уровень модели (*Model*) (рис. 5.25). Виртуальная ячейка (*Virtual Cell*) позволяет объединять узкие полосы и маленькие поверхности в более крупные при генерации сетки. При этом маленькие поверхности перестают ограничивать плотность сетки и не вызывают отказов при её создании. Виртуальная ячейка представляет собой поверхность, объединяющую несколько соседних поверхностей. Внутренние линии виртуальных ячеек игнорируются генератором сетки. Поэтому топология сетки может несколько отличаться от исходной геометрической модели. Поверхности, входящие в виртуальную ячейку, не выявляются также и другими операциями (нагружение и закрепление). При выделении такой поверхности в операции участвует вся виртуальная ячейка.

🕅 A : Static Structural (ANSYS) - Mechanical [ANSYS Multiphysics]									
File Edit View Units Tools Help	🛛 🖉 🛛 📁 Solve	- 🏥 👪 🖄	🖪 🚺 • 💕 Wo						
Model VConstruction Geometry	Virtual Topology	Symmetry	Remote Point						

Puc. 5.25

Невозможно добавить в дерево проекта пустой раздел Virtual Cell (виртуальная ячейка), для организации виртуальной ячейки необходимо сначала выделить объединяемые поверхности. Программа создаст виртуальную ячейку после того, как процессор проверит возможность объединения выделенных поверхностей. После образования виртуальной ячейки невозможно изменить входящие в неё поверхности. Если необходимо изменить виртуальную ячейку, её следует удалить в дереве проекта и создать новую, выделив другие поверхности. Раздел *Model* дерева проекта, содержащий виртуальную ячейку, нельзя копировать.

Для создания виртуальной ячейки сначала нужно поместить в дерево проекта раздел *Virtual Topology*, нажав на одноименную пиктограмму (рис. 5.25). В дереве проекта появится раздел виртуальной топологии (рис. 5.26, *a*) и в левом нижнем углу экрана откроется окно настроек виртуальной топологии (рис. 5.26, δ). Далее надо выбрать необходимое количество поверхностей, затем добавить виртуальную ячейку нажатием соответствующей пиктограммы на панели инструментов (рис. 5.27, *a*). Откроется окно настроек *Virtual Face* (виртуальная поверхность) (рис. 5.27, δ), в этом окне позиция *Geometry* (геометрия) окрашена в серый цвет. Это говорит о том, что закрыт доступ к изменению настроек. В графическом окне выбранные поверхности будут отмечены красным цветом. Затем необходимо сгенерировать сетку.





В рассмотренном на рис. 5.28, *а* примере исходная геометрическая модель содержит малый уступ на внутренней цилиндрической поверхности. Созданная виртуальная ячейка объединяет две поверхности – торец полого цилиндра и внутренний уступ. При образовании виртуальной ячейки локально изменяется топология геометрической модели. Поверхность малого уступа объединена с верхней торцевой поверхностью и внутренние линии виртуальной ячейки при генерации сетки игнорируются. Итоговая сеточная поверхность расположена ниже базовой геометрической и сеточная модель локально не совпадает в пространстве с базовой геометрической (рис. 5.28, *б*).



Виртуальные ячейки допускают использование опций, контролирующих качество сетки, предотвращают повышенную плотность сетки в области малых поверхностей и прерывание генератора на проблемных геометрических объектах (узкие полосы и т.д.). Следует с осторожностью использовать виртуальные ячейки, так как они изменяют топологию модели. Внутренние линии и поверхности виртуальной ячейки не являются самостоятельными объектами при назначении нагрузок и закреплений. Новая топология может вызвать иные проблемы при генерации сетки.

При создании виртуальной ячейки могут возникать ошибки. Самые распространенные из них представлены в следующем перечне:

 создание виртуальной ячейки невозможно: слишком большой угол между нормалями к поверхностям;

 необходимо выбрать хотя бы две поверхности для создания виртуальной ячейки;

поверхности виртуальной ячейки должны иметь пересечение;

 невозможно создать виртуальную ячейку, содержащую другую виртуальную ячейку.

5.7. СООТВЕТСТВИЕ КОМАНД ИЗМЕНЕНИЯ СЕТКИ В МОДУЛЕ СИМУЛЯЦИИ MECHANICAL И ANSYS

В данном параграфе приводятся аналоги команд для задания параметров сетки в ANSYS.

Опция *Part Relevance* аналогична изменению установок команды SMRTSIZE перед генерацией сетки в выбранных объемах.

Параметры Sizing (Element Size – размер элементов или Number of Element Divisions – число разбиений) аналогичны командам LESIZE и ASIZE. Сервисная возможность графического представления изменяемой зоны Sphere of Influence в ANSYS не поддерживается.

Опция *Contact Sizing* явно не задается в ANSYS, но аналогична команде AESIZE для поверхностей, участвующих в контакте.

Опция *Refinement* аналогична командам KREFINE, LREFINE, AREFINE.

Глобальная опция *Element Size* аналогична команде ESIZE.

Опция *Proximity and Curvature* аналогична команде SMRTSIZE. Обе опции учитывают кривизну и подобие линий. Опции определяют различное поведение генератора сетки и не являются полностью идентичными.

Опция Shape Checking (контроль формы) аналогична переключателю SHPP, LSTET,ON. Использование критерия Якоби в точках интегрирования (SHPP, LSTET,ON) является стандартным способом (Standard), применяемым в линейном анализе. Использование критерия Якоби в угловых точках (SHPP, LSTET,OFF) является жестким способом (Aggressive), применяемым в нелинейном анализе. Для нелинейного анализа используется более консервативное приближение и требуется жесткий контроль за формой элементов, способной отобразить искажение при деформации. При экспорте сетки в ANSYS контроль формы выключается (SHPP, OFF), так как решатель ANSYS имеет свои критерии.

Опция *Mapped Face Meshing* (генерация сетки по разметке) аналогична команде MSHKEY,1 с соответствующими установками команды MSHAPE.

Опция *Element Shape* (форма элемента) аналогична команде VMESH (произвольное разбиение) или VSWEEP.

Опция *Part Proximity* (подобие деталей) аналогична команде SMRTSIZE.

Генерация гексагональной сетки (*Hex-dominant*) не поддерживается в ANSYS. Некоторые элементы низкого уровня, например, SOL-ID45, не могут принимать форму пирамиды. Если предполагается трансляция сетки в ANSYS и в модуле симуляции задается переход гексаэдров в тетраэдры (hex-to-tet) для деталей, составленных из нескольких тел, или генерация гексагональной сетки в расширенном модуле, то не следует задавать элементы низкого уровня в опциях сетки. Перед трансляцией сетки из модуля симуляции в ANSYS необходимо просмотреть вырожденные элементы в системе Workbench.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. В каком модуле выполняется разбиение геометрических моделей конечно-элементной сеткой?

2. Назовите два способа создания конечно-элементной сетки.

3. Опишите порядок действий при создании конечно-элементной сетки.

4. Какие элементы используются при разбиении объемных тел, плоских оболочек, одномерных тел?

5. Какие возможности имеются в Ansys Workbench для генерации сетки в составных деталях?

6. Создайте любую геометрическую модель и запустите модуль симуляции. Ознакомьтесь с рабочей областью модуля симуляции и ответьте на следующие вопросы:

 где находятся главное меню, дерево проекта, окно настроек, панели инструментов, графическое окно, окно сообщений?

какой раздел в дереве проекта позволяет управлять настройками сетки?

 – какой командой необходимо воспользоваться для предварительного просмотра поверхностной сетки?

- какие опции содержит раздел *Defaults* окна настроек?

с помощью какого параметра можно изменять плотность сетки?

– какая информация предоставляется пользователю в разделе *Statistics* окна настроек? 7. Создайте цилиндр с произвольными размерами. Сгенерируйте сетку конечных элементов по умолчанию. Измените плотность сетки с помощью параметров *Relevance и Relevance Center*. Оцените качество сетки и сравните количество конечных элементов, получаемых с разными значениями задаваемых параметров.

8. Какие установки для конечно-элементной сетки позволяет осуществлять раздел *Sizing* окна настроек?

9. Создайте пирамиду по произвольным размерам. Сгенерируйте тетраэдральную сетку на этом объекте.

10. С помощью какой опции можно создать гексагональную сетку?

11. Создайте геометрический объект с произвольными размерами с помощью команды *Extrude*. Выполните на этом объекте генерацию конечноэлементной сетки посредством трансляции элементов (*Sweep Method*).

12. Создайте объемный шестигранник по произвольным размерам. Сгенерируйте сетку по умолчанию. Осуществите локальное изменение сетки указанием радиуса зоны изменений в форме сферы относительно любой точки.

13. Создайте геометрический объект с произвольными размерами с помощью команды *Extrude*. Выполните на этом объекте автоматическую генерацию конечно-элементной сетки. На одном торце измельчите сетку с помощью команды *Refinement* с параметром *Refinement*, равным 2. Сравните результаты создания сетки на противоположных торцах.

14. С помощью какой опции возможна генерация регулярной сетки на поверхности? Элементы какой формы используются для генерации регулярной сетки?

15. Для чего предназначена опция *Match Control* выпадающего меню панели инструментов?

16. Для чего предназначена кнопка *New Section Plane* на панели инструментов?

17. Создайте объем произвольной формы и сгенерируйте сетку, получаемую по умолчанию. Проведите горизонтальную плоскость сечения. Проанализируйте конечно-элементную сетку для каждой части, используя целые и рассеченные элементы.

18. Назовите причины возникновения ошибок при генерации конечноэлементной сетки.

19. Для чего предназначена кнопка Virtual Topology на панели инструментов?

20. Что представляет собой виртуальная ячейка (Virtual Cell)?

6. НАГРУЗКИ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ. НАСТРОЙКА РЕШАТЕЛЯ

Одним из важных этапов подготовки к проведению расчета и получения удовлетворительных результатов является определение внешних воздействий (механических, тепловых и т.д.) на конструкцию.

Обычно внешнее воздействие определяется на границе созданной модели. Под терминами «ограничение» и «нагрузка» понимаются все разнообразные процессы, которые происходят как на поверхностях твердого тела, так и в отдельных точках внутри него. Под «*ограничением*» в Workbench понимается: закрепление, то есть ограничение перемещений и вращений в структурном анализе, либо определение температуры при решении задач теплообмена; а под *«нагрузкой»* – приложение сосредоточенных или распределенных сил (структурный анализ) или тепловых потоков (задачи теплообмена) и т.д.

Задание нагрузок и приложение ограничений выполняется в Workbench в модуле симуляции, основное окно которого показано на рис. 6.1.

Основное окно модуля симуляции включает следующие элементы:

 главное меню и панели инструментов. Позволяют управлять работой модуля и содержат все команды для задания нагрузок и ограничений. Панели инструментов предоставляют быстрый доступ к наиболее важным или часто используемым командам;

– дерево проекта (*Outline*). Состоит из последовательности команд задания нагрузок и ограничений;

– окно детализации (*Details of* "…"). Содержит различные настройки и параметры команд задания нагрузок и ограничений. При выделении того или иного элемента в дереве проекта заголовок окна детализации соответственно изменяется (например, при выделении группы *Mesh* окно детализации получит заголовок Details of "Mesh");

 графическое окно (*Geometry*). Отображает нагрузки и ограничения, приложенные к модели;

 окно графического отображения нагрузок по шагам (*Graph*).
 Отображает график изменения величины нагрузки при заданном количестве шагов нагружения; – окно табличного задания нагрузок (*Tabular Data*). Здесь в табличной форме представляются нагрузки и ограничения, приложенные к модели.



Puc. 6.1

Графическое окно модуля симуляции в процессе работы отображает информацию о характере нагрузок, их величине, в том числе и по компонентам относительно осей координат, направлении действия, единицах измерения величины, точки ее приложения или области воздействия. Направление нагрузок обозначается объемными цветными стрелками со специальными значками . Буква латинского алфавита в значке дает возможность определить по тексту в левом верхнем углу графического окна, какая нагрузка или ограничение обозначена данной стрелкой. Кроме того, цветом выделены поверхности приложения различных нагрузок. Пример графического окна с приложенными к модели нагрузками представлен на рис. 6.2.



Настройка на отображение текстовых пояснений в графическом окне автоматическая. При необходимости отображение текстовой информации по заданным нагрузкам и ограничениям может быть отключено. Для этого в окне детализации соответствующей нагрузки необходимо выбрать раздел *Definition* и в пункте *Suppressed* включить настройку (опция Yes).

6.1. ВИДЫ НАГРУЗОК И ОСОБЕННОСТИ ИХ ЗАДАНИЯ

Выбор типа нагрузок в модуле симуляции производится в панели *Environment* (рис. 6.3), расположенной в верхней части экрана. Эта панель становится доступна при выделении щелчком мыши раздела *Static Structural* в дереве проекта. В меню *Environment* возможен выбор следующих видов нагрузок, соответствующих конструкционному анализу:

- Inertial – инерционные нагрузки, действующие на всю конструкцию;

 Loads – конструкционные нагрузки – силы и моменты, действующие на детали конструкции; *– Supports –* закрепление, то есть ограничение степеней свободы, которое исключает движение заданных объектов;

File Edit	View	Units	Tools	Help	0	Solv	e
Environme	nt 🔍	Inertial	• 🔍	Loads -	GR Su	pports 👻	
Outline						Ę	2
			Puc.	6.3			

При выборе какой-либо позиции в меню панели *Environment* соответствующая нагрузка будет добавлена в дерево проекта в раздел *Static Structural*.

Направление прикладываемых нагрузок и ограничений может совпадать или не совпадать с направлением осей глобальной системы координат модели. В большинстве случаев их направленность можно задавать в глобальной (*Global Coordinate System*) или вновь созданной –





пользовательской системе координат. Для корректировки направлений нагрузок и ограничений в дереве проекта необходимо выбрать позицию *Coordinate Systems*. По умолчанию предлагается глобальная координатная система, которая не может быть изменена (рис. 6.4).

Для того чтобы создать собственную координатную систему, необходимо выбрать позицию *Coordinate Systems* в дереве проекта и нажать кнопку на панели инструментов (рис. 6.5). Альтернативный способ создания координатной системы – вызвать кон-

текстное меню на позиции *Coordinate Systems*, в котором выбрать пункт *Insert*→*Coordinate System*.

Чтобы переименовать собственную координатную систему, необходимо кликнуть правой кнопкой мыши на позицию *Coordinate Systems* в дереве проекта, выбрать команду *Rename* и задать имя новой координатной системы.

Параметры созданной системы координат задаются в окне детализации (рис. 6.6), которое расположено в левой нижней части экрана. При этом возможны два варианта ориентации новой системы (опция *Define By*):

- *Geometry Selection* - относительно какого-либо геометрического объекта, который указывается в параметре *Geometry*;

 Global Coordinates – относительно глобальной системы координат; в этом случае явно указываются координаты точки отсчета (Origin) новой системы.

При ориентации новой координатной системы по геометрическому объекту необходимо выбрать с помощью мыши точку, линию, поверхность или объем, относительно которых она будет ориентирована, и, кликнув на параметре *Geometry*, подтвердить свой выбор, нажав кнопку *Apply*.

Направление координатных осей пользовательской системы координат может быть изменено в разделах *Principal Axis и Orientation About Principal Axis* окна детализации. Для этого необходимо сначала выбрать изменяемую ось в разделе *Axis*, а затем в разделе *Define By* определить направление, которому эта ось будет соответствовать.

C	oordinate Systems 🗼 🗎	×	¥	Â	A RX	A R¥	RZ	
De	tails of "Coordinate System"							
Ξ	Definition							
	Туре	Cart	esiar	١				
	Ansys System	Prog	ram	Cont	rolled			
-	Origin							
	Define By	Geometry Selection						
	Geometry	Click to Change						
	Origin X	0, µm						
	Origin Y	0, µm						
	Origin Z 0, µm							
=	Principal Axis							
	Axis	X						
	Define By	Global X Axis						
-	Orientation About Principal Axis							
	Axis	Y						
	Define By Default							
+	Directional Vectors							
-	Transformations							
	Base Configuration	Absolute						
	Offset X	0, µm						
	Offset Y	0, µm						
	Offset Y 0, µm				1			
	Transformed Configuration [0, 0, 0,]							

Puc. 6.6
Направление оси меняется на противоположное при выборе одной из двух стрелок в левом нижнем углу графического окна (рис. 6.7). Выбранное направление определяет стрелка красного цвета. Направленность новой оси также будет обозначена объемной стрелкой красного цвета, направленной вдоль соответствующего геометрического объекта модели в положительную ее сторону (рис. 6.8). Стрелки на рис. 6.7 также используются для уточнения направления вектора задаваемой нагрузки.



Практически у всех нагрузок есть параметр *Geometry*, который указывает на объект приложения: точку, ребро, грань, тело, которых может быть несколько. Для задания этого пара-

метра нужно выделить необходимый(е) объект(ы) и, кликнув на его поле в окне детализации, подтвердить свой выбор нажатием кнопки *Apply*. Возможна и обратная последовательность: сначала выполняется клик мышью в поле параметра *Geometry*, а затем – выделение объектов и подтверждение выбора нажатием кнопки *Apply*.

Для большинства типов нагрузок значение может задаваться тремя способами:

- в виде фиксированного значения (Constant);
- в табличной форме (Tabular);
- в виде функциональной зависимости (Function).

По умолчанию задается фиксированное значение величины. Выбор способа задания нагрузки осуществляется кликом мыши на стрелке в правой части окна ввода численного значения и последующим выбором одного из вариантов (рис. 6.9). Кроме того, в этом же выпадающем меню присутствуют команды *Import...* и *Export...*, позволяющие соответственно импортировать из файла и экспортировать в файл задаваемые значения.





В случае выбора способа задания нагрузки в виде таблицы в параметре *Magnitude* появляется надпись *Tabular Data*.

Значения нагрузок могут изменяться на каждом шаге численного решения. Количество шагов задается параметром *Number of Steps* элемента *Analysis Settings*, содержащего настройки текущего анализа (рис. 6.10 и 6.11). Заданное число шагов формирует количество строк в таблице значений задаваемой величины в окне *Tabular Data*, расположенной в правом нижнем углу экрана (см. рис. 6.12).



Таблица состоит из нескольких колонок:

- порядковый номер строки;
- номер шага;
- время на шаге;
- численное значение величины.

	Steps	Time [s]	✓ Acceleration [m/s ²]
1	1	0,	0,
2	1	1,	1,
3	2	2,	2,
4	3	3,	3,
*			

По мере заполнения численными значениями строк таблицы в окне *Graph* формируется график изменения величины нагрузки по шагам (рис. 6.13).

Пошаговое приложение нагрузки

позволяет постепенно увеличивать ее величину и положительно сказывается на сходимости решения.



6.1.1. ИНЕРЦИОННЫЕ НАГРУЗКИ

Инерционные нагрузки, которые могут быть заданы в конструкционном анализе Workbench, делятся на три типа:

- Acceleration ускорение;
- Standard Earth Gravity обычная гравитация;
- Rotational Velocity скорость вращения.



На рис. 6.14 изображено выпадающее меню *Inertial*, содержащее перечисленные команды. Для приложения нагрузок этого вида должна быть задана плотность материала модели для вычисления массы. Также возможно задание нагрузки, действующей на точечную массу.

Ускорение (*Acceleration*) прикладывается ко всей модели и может быть задано следующими способами (опция *Define By*):

– вектором (*Vector*). В этом случае нужно задать модуль вектора (параметр *Magnitude*) и его направление (параметр *Direction*). Направление действия вектора определяется стрелками в левом нижнем углу графического окна (см. рис. 6.7);

- с помощью компонент (*Components*) по осям координат *x*, *y* и *z*. При использовании этого способа вводятся численные значения составляющих ускорения по осям координат.

Единица измерения ускорения в системе mks – м/с². Компоненты вектора ускорения могут быть заданы относительно глобальной (*Global Coordinate System*) или пользовательской системы координат (параметр *Coordinate System*).

После задания ускорения его величина и направление (объемная стрелка желтого цвета) отображаются в графическом окне (рис. 6.15).



Puc. 6.15

Возможность задания гравитационного ускорения (*Standard Earth Gravity*) в Workbench имеет большое практическое значение в частности при решении задач, в которых необходимо учесть вес модели. В системе СИ величина гравитационного ускорения равна $9,80665 \text{ м/c}^2$.

Направление гравитации задается вдоль одной из осей глобальной или пользовательской системы координат. На первом этапе выбирается координатная система, на втором в параметре *Direction* задается направление гравитации относительно одной из координатных осей. На рис. 6.16, a и 6.16, δ изображен пример задания гравитационного ускорения в положительном направлении оси z пользовательской системы координат *My Coordinate System*.



Puc. 6.16

При использовании команды *Rotational Velocity* задается вращение всей модели относительно оси с заданной угловой скоростью. Угловая скорость прикладывается к твердым телам, оболочкам и одномерным телам. Эта команда может применяться ко всему телу или к отдельным его частям, однако к одному телу может быть приложена только один раз.

Угловая скорость может быть определена как вектор (*Define* $By \rightarrow Vector$), при этом нужно указать ось вращения (параметр Axis). Задать ось вращения можно двумя способами:

 выделить кликом мыши линию, вокруг которой будет происходить вращение;

 выделить поверхность, нормаль к которой будет являться осью вращения.

Параметр *Magnitude* задает величину угловой скорости (в рад/с). Также угловая скорость может быть определена компонентами вектора (*Define By*→*Components*) в глобальной или локальной системе координат.

После задания всех параметров команды *Rotational Velocity* в графическом окне отображается дуговая стрелка приложенной угловой скорости, а информационные строки в левом верхнем углу графического окна отображают заданные параметры (рис. 6.17).



Puc. 6.17

На рис. 6.18 показан пример задания направления вращения параллелепипеда компонентами вектора относительно осей *x*, *y* и *z* глобальной системы координат.



Puc. 6.18

6.1.2. КОНСТРУКЦИОННЫЕ НАГРУЗКИ

Конструкционные нагрузки в Workbench задаются в разделе *Loads* панели инструментов *Environment* (рис. 6.19). Возможно задание следующих нагрузок:

- *Pressure* давление;
- Hydrostatic Pressure гидростатическое давление;

- *Force* сила:
- *Remote Force* удаленная нагрузка;
- Bearing Load давление на опоры;
- *Bolt Pretension* натяжение:
- *Moment* момент;
- Generalized Plane Strain обобщенная плоская деформация;
- *Line Pressure* давление на линии:
- Thermal Condition тепловые нагрузки;
- *Joint Load* нагрузки в сопряжениях;

- Fluid Solid Interface - взаимодействие жидкостей (газов) и твердых тел.

	Команда Pressure позволяет задавать
🖾 Loads 🗸 🖾 Supports 🔹 📳	парление на пореруности тела. При этом р
🔍 Pressure	давление на поверхности тела. при этом в
🖓 Hydrostatic Pressure	дереве проекта появляется соответствую-
🔍 Force	щий пункт (рис. 6.20). Параметры прикла-
🖗 Remote Force	дываемого давления задаются в окне дета-
🔍 Bearing Load	лизации (рис. 6.21). Здесь производится
Bolt Pretension	
Re Moment	выоор поверхности, на которую деиствует
🥔 Generalized Plane Strain	давление (параметр Geometry), задается
🔍 Line Pressure	величина давления (параметр Magnitude) и
🗣 Thermal Condition	направление для приложенного давления
🧄 Joint Load	(опция Define By)
🔍 Fluid Solid Interface	Направление лействия давления можно

Puc. 6.19

направление деиствия давления можно задать вектором (Define $By \rightarrow Vector$), компонентами (Define By — Components) либо по нормали к заданной поверхности (Define $By \rightarrow Normal To$).

÷ Mesh 2 Static Structural (A5) Scope Analysis Settings Scoping Method Geometry Selection ressure Geometry 1 Face Solution (A6) Definition Solution Information Type Pressure Normal To Define By Magnitude 5, Pa (ramped) Suppressed No

Puc. 6.20

Puc. 6.21

Положительное значение параметра Magnitude рассматривается как давление на поверхность, отрицательное – от поверхности. Единица измерения давления в системе mks – паскаль.

Приложенное давление отображается в графическом окне с указанием его величины и размерности, а поверхность приложения давления подсвечивается красным цветом. Стрелкой около поверхности изображается направление действия давления (рис. 6.22).



Puc. 6.22

Величину давления можно задать как фиксированной величиной - Constant, так и пошагово в табличной форме - Tabular, и в виде функциональной зависимости – Function. Для выбора формы задания давления необходимо в выпадающем меню параметра Magnitude (кнопка со стрелкой справа) выбрать соответствующую позицию.

Гидростатическое давление задается с помощью команды Hydrostatic Pressure и прикладывается к поверхностям модели по выбору пользователя. Параметры и опции команды задаются в окне детализации (рис. 6.23). Обязательным параметром для определения гидростатического давления является плотность жидкости (параметр Fluid Density).

Может быть выбран способ задания давления – в виде вектора (Vector) или его компонентов (Components) (рис. 6.23). Величина (Magnitude) и направление (Direction) гидростатического давления задается в разделе Hydrostatic Acceleration. Как правило, используется

величина 9,8 м/с², задающая гидростатическое давление жидкости в поле силы тяжести. Кроме перечисленных обязательных параметров также возможен выбор системы координат (параметр *Coordinate System*) для приложенной нагрузки (глобальная или пользовательская).

Пример задания гидростатического давления по поверхностям прямоугольного параллелепипеда показан на рис. 6.24, где представлено окно детализации с заданными параметрами. Результат моделирования гидростатического давления изображен на рис. 6.25 . В графическом окне отображается направление изменения давления, уровни его максимального и минимального значения, единицы измерения давления и цветовая шкала распределения давления по указанным поверхностям.

		De	etails of Hydrostabc	
			Scope	
			Scoping Method	Geometry Selection
مالينام و2 المراجع	Duesenuel	п	Geometry	3 Faces
etails of Hyurostatic	Pressure		Definition	
Scope			Туре	Hydrostatic Pressure
Scoping Method	Geometry Selection		Coordinate System	Global Coordinate System
Geometry	1 Face		Suppressed	No
Definition			Fluid Density	1000, kg/m ³
Туре	Hydrostatic Pressure	-	Hydrostatic Acceleration	
Coordinate System	Global Coordinate System	0.	Define By	Vector
Suppressed	No		Magnitude	500, m/s²
Fluid Density	100, kg/m ³		Direction	Click to Change
Hydrostatic Acce	eleration		Free Surface Loc	ation
Define By	Vector	-	X Coordinate	1,5e-002 m
Magnitude	Components		Y Coordinate	5,6854e-003 m
Direction	Citor or ange	mmmm	Z Coordinate	-3,8575e-004 m
Free Surface Loc	ation		Location	Click to Change

Команда *Force* позволяет задавать силу. Необходимые параметры силы задаются в окне детализации. Сила может быть приложена к точке, ребру или поверхности. Объект приложения силы задается в параметре *Geometry*. Сила может быть определена вектором (*Define* $By \rightarrow Vector$) или своими компонентами в глобальной или пользовательской системе координат (*Define* $By \rightarrow Components$).



Puc. 6.25

Обязательным параметром для определения является величина силы (параметр *Magnitude*). Величина силы может быть задана как константа, а также в виде таблицы или функции (см. п. 6.1).

Приложенная сила распределяется на все выделенные объекты. Если сила приложена к двум одинаковым поверхностям, то на каждую будет действовать половина заданной величины. При увеличении площади поверхности приложенная сила остается постоянной, но давление на единицу площади уменьшается. Сила может быть приложена только к одной вершине. При выборе нескольких вершин величина силы не будет задана. Единица измерения силы в системе mks – ньютон.

На рис. 6.26-6.28 представлены примеры приложения силы в точке, к ребру и к поверхности.



Puc. 6.26



Puc. 6.27





Нагрузка, приложенная к грани или к ребру, эквивалентная некоторой силе и моменту силы, задается командой *Remote Force* (рис. 6.30). Такую нагрузку формально можно представить в виде силы, удаленной от приложенного объекта на некоторое расстояние. В окне детализации необходимо указать точку приложения силы (параметры *X Coordinate*, *Y Coordinate*, *Z Coordinate*) в глобальной или пользовательской системе координат. Сила

			q		
-	Scope				
	Scoping Method	Geometry Selection			
	Geometry	No Selection			
	Coordinate System	Global Coordinate System			
	X Coordinate	0, mm			
	Y Coordinate	0, mm			
	Z Coordinate	0, mm			
	Location	Click to Change			
-	Definition				
	Туре	Remote Force			
	Define By	Vector			
	Magnitude	0, N (ramped)			
	Direction	Click to Define			
	Suppressed	No			
	Behavior	Deformable			

Puc. 6.29

задается направлением вектора и его величиной (*Define By* \rightarrow *Vector*) или компонентами в заданной системе координат (*Define By* \rightarrow *Components*).

Величина удаленной силы может быть задана как константа, а также в виде таблицы или функции (см. п. 6.1). Единица измерения удаленной нагрузки в системе mks – ньютон.

На рис. 6.30 представлено тело с приложенной к выделенной грани силой и моментом. Вектор силы показан удаленным от приложенной грани. Объемной стрелкой на рисунке обозначена действующая сила, значком — точка ее приложения.





Для цилиндрической поверхности можно задавать неравномерно распределенную нагрузку с помощью команды *Bearing Load*. Радиальная компонента распределена по указанной поверхности неравномерно и максимальна со стороны сжатия (рис. 6.31). Осевая компонента распределена равномерно по цилиндру.

Puc. 6.31

Для цилиндрической поверхности может быть задана только одна такая нагрузка. Если цилиндрическая поверхность является составной, следует выбрать все составляющие.

De			д
Ξ	Scope	N	
	Scoping Method	Geometry Selection	
	Geometry	No Selection	
-	Definition		
	Туре	Bearing Load	
	Define By	Vector	
	Magnitude	0, N	
	Direction	Click to Define	
	Suppressed	No	

Неравномерная нагрузка может быть задана вектором или компонентами вектора в любой системе координат. Окно детализации с параметрами неравномерной нагрузки показано на рис. 6.32. Единица измерения неравномерной нагрузки в системе mks – ньютон.

Puc. 6.32

Пример приложения неравномерной нагрузки представлен на рис. 6.33.



Puc. 6.33

Команда *Bolt Pretension* позволяет моделировать нагружение при затяжке болта (предварительное натяжение) и прикладывается к цилиндрической поверхности или телу. Такую нагрузку можно использовать только в трехмерных моделях. Нельзя прикладывать данную нагрузку к отверстию. Для тел следует выбрать локальную систему координат с осью *z*, направленной вдоль предварительного натяжения. Данную нагрузку можно применить к одному телу только один раз. Нагружение *Bolt Pretension* может задаваться как дополнительная опция в последовательных нагрузках.

Предварительное натяжение задается в Workbench двумя способами: как усилие натяжения (сила) или как установочный размер (длина) в начальных условиях. Выбор способа задания осуществляется в окне детализации (опция *Define By*):

- *Load* - задается величина силы предварительного натяжения (параметр *Preload*) (рис. 6.34);

– Adjustment – задается установочный размер и его величина (параметр *Preadjustment*) (рис. 6.35).

В результате выполнения этих команд задается предварительное натяжение, которое отображается в графическом окне в виде двух стрелок, направленных друг к другу. Пример задания предварительного натяжения болта показан на рис. 6.36.

De	etails of "Bolt Preb	ension" 🥊	D	etails of "Bolt Prete	nsion* 📮
Ξ	Scope] E	Scope	
	Scoping Method	Geometry Selection	1	Scoping Method	Geometry Selection
	Geometry	1 Face	1	Geometry	1 Face
Ξ	Definition		E	Definition	
	Туре	Bolt Pretension	1	Туре	Bolt Pretension
	Suppressed	No	1	Suppressed	No
1	Define By	Load		Define By	Adjustment
-	Preload	5, N	1	Preadjustmen	t 1,1e-002 m
		Puc. 6.34			Puc. 6.35

При использовании команды *Bolt Pretension* рекомендуется уплотнить сетку так, чтобы по сечению цилиндрической поверхности укладывалось 2 или более элементов. В статическом анализе предварительная нагрузка прикладывается в начальном решении, а внешние нагрузки прикладываются в последующих решениях. Эти шаги решения – предварительное нагружение и внешнее нагружение – выполняются последовательно. При последующих шагах решения предварительное натяжение автоматически блокируется (*Lock*).



Puc. 6.36

Командой *Moment* задается момент силы, который может быть приложен к точке, к ребру или к поверхности. Параметры момента силы устанавливаются в окне детализации *Details of "Moment"*. Параметр *Geometry* задает объект приложения момента силы. Задавать момент можно вектором (*Define By* \rightarrow *Vector*) или отдельными компонентами вектора по осям заданной системы координат (*Define By* \rightarrow *Components*). Направление вращательного действия момента силы определяется относительно своего вектора по правилу правой руки. Величина момента задается параметром (*Magnitude*) и может быть константой или функцией, определяемой аналитическим выражением или таблично. Единица измерения момента силы в системе mks – ньютон-метр.

Объектов приложения момента силы может быть несколько, при этом он равномерно распределяется между ними. Если момент силы приложен к двум одинаковым поверхностям, то на каждую будет действовать половина заданной величины. Окно детализации для задания параметров момента силы показано на рис. 6.37. После задания всех необходимых параметров момента силы в графическом окне направление вращательного действия момента обозначается красной объемной стрелкой, а объект приложения момента выделяется красным цветом. Ниже представлены примеры приложения момента силы к точке (рис. 6.38), к ребру (рис. 6.39) и к поверхности (рис. 6.40).









Puc. 6.39





Команда *Line Pressure* позволяет задавать давление на ребрах модели. Сначала в параметре *Geometry* необходимо определить ребро, на котором будет задано давление. Затем определяется способ задания нагрузки (опция *Define By*): компонентами (*Components*), вектором (*Vector*) или по касательной к выбранному ребру (*Tangential*). В последнем случае задается только численное значение давления. Окно детализации команды *Line Pressure* показано на рис. 6.41.

Scope				
Scoping Method	Geometry Selecti	on		
Geometry	Apply	Cancel		
Definition				
Туре	Line Pressure			
Define By	Vector			
Magnitude	0, N/mm (rampe	d)		
Direction	Click to Define			
Suppressed	No			

Компоненты вектора задаются в глобальной или пользовательской системе координат. Единица измерения давления в системе mks – ньютон/метр.

Пример приложения давления, заданного с помощью компонент по осям координат, к ребру модели представлен на

рис. 6.42. Линия, к которой приложено давление, и объемная стрелка, показывающая его направление, выделяются в графическом окне красным цветом. Информационные строки слева от модели отображают общую величину давления и величину каждой компоненты в отдельности.



Puc. 6.42

Команда *Thermal Condition* позволяет задавать температуру на границах модели. Если используется двумерная модель, то при указании в параметре *Geometry* одной стороны модели, температура будет задана и для другой. Для объемных тел температура задается по всей поверхности тела. Величина температуры задается параметром *Magnitude* и по умолчанию равна 22 °C. Графическое окно с моделью, на поверхности которой задана температура, показано на рис. 6.43.



Puc. 6.43

6.2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Задание граничных условий (ограничений) – необходимый этап конечноэлементного анализа. Число граничных условий для модели должно быть достаточным для расчета распределений всех неизвестных величин.

orts -	Граничные условия в Workbench зада-
i Sunnort	ются в разделе Supports панели инструмен-
acement	тов Environment (рис. 6.44) и разделяются
ote Displacement	на следующие типы:
ity dance Roundary	— <i>Fixed Support</i> – жесткая заделка;
onless Support	— <i>Displacement</i> – перемещение;
pression Only Support	– <i>Remote Displacement</i> – перемещение
drical Support	с поворотом:
y Supported Rotation	- <i>Velocity</i> – скорость;
ic Support	– <i>Impedance Boundary</i> – граничное со-
ling	противление;
traint Equation	– Frictionless Support – закрепление без
Puc. 6.44	трения;
Compression On	ly Support – закрепление сжатия;
Cylindrical Supp	<i>port</i> – цилиндрическое закрепление;

- Simply Supported простое закрепление;
- *Fixed Rotation* запрет поворотов;
- *Elastic Support* упругое закрепление;
- *Coupling* связывание;

Suppor

G Fixed 🔍 Displac

🔍 Remot 🕄 Veloci

C. Impec

🗣 Friction 🔍 Compr

🔍 Cylindi

Simple C. Fixed

Q, Elastic

Coupli

🔍 Constr

- Constraint Equation – ограничение, определяемое уравнением. Жесткая заделка (Fixed Support) исключает все линейные и вращательные перемещения выбранных вершин, ребер, поверхностей.

Чтобы задать жесткую заделку, необходимо вставить команду Fixed Support в дерево проекта, затем выбрать необходимые объекты и в окне Details of "Fixed Support" подтвердить свой выбор нажатием кнопки Apply в поле параметра Geometry.

В графическом окне жесткая заделка отображается выделением синим цветом закрепленной поверхности, ребра или точки (рис. 6.45).



Puc. 6.45

Перемещение выбранных вершин, ребер, поверхностей или объемов задается командой Displacement. Необходимые геометрические объекты указываются в параметре Geometry. Перемещение может быть задано двумя способами (опция Define By):

- компонентами x, y, z относительно системы глобальной или пользовательской системы координат (Components);

- по нормали к выбранной поверхности (Normal To).

Знак «минус» для перемещения соответствует отрицательному направлению выбранной оси. Значение «О» для компоненты перемещения означает закрепление объекта в соответствующем направлении. Неуказанное значение компоненты означает свободное движение объекта в соответствующем направлении (значение Free в поле компоненты).

Scope		
Scoping Method	Geometry Selec	tion
Geometry	Apply	Cance
Definition	10 10	
Туре	Displacement	
Define By	Components	
Coordinate System	Global Coordina	ite System
X Component	Free	
Y Component	Free	
Z Component	Free	
Suppressed	No	

Puc. 6.46

В графическом окне объект, на котором задано перемещение, выделяется красным цветом, стрелкой того же цвета указывается направление его действия, а в текстовой части представлены компоненты, составляющие итоговый вектор. Единица измерения перемещения в системе mks – метр.

Ниже представлены примеры задания перемещения верхней грани параллелепипеда. На рис. 6.47 перемещение задано компонентами по осям пользовательской системы координат. На рис. 6.48 перемещение задано по нормали к выбранной грани параллелепипеда.









Перемещение с поворотом вокруг некоторого центра задается с помощью команды *Remote Displacement*. В окне *Details of "Remote Displacement"* (рис. 6.49) нужно выбрать геометрический объект, задать величину перемещения и углы поворота относительно осей глобальной и пользовательской системы координат. Центр поворота задается координатами (параметры X Coordinate, Y Coordinate, Z Coordinate).

Единица измерения перемещения в системе mks – метр, а для углов поворота – градус. На рис. 6.50 изображен пример перемещения с поворотом, приженного к выделенной поверхности параллелепипеда. Объемной стрелкой желтого цвета на рисунке обозначено направление перемещения, значком — центр поворота. Текстовая информация графического окна содержит перечень заданных компонент перемещения, углов поворота и координат центра поворота с указанием их величины и единицы измерения.



Puc. 6.49





Команда *Frictionless Support* позволяет задавать закрепление без трения и запрещает перемещение по нормали к поверхности. Такое граничное условие может быть задано только на поверхности. Для твердых тел закрепление без трения может быть граничным условием типа «плоскость симметрии» (плоскость симметрии задается запрещением перемещений по нормали). Поверхность необходимо указать в параметре *Geometry* и подтвердить выбор нажатием кнопки *Apply*.

Пример приложения закрепления без трения к поверхности геометрической модели представлен на рис. 6.51. Закрепленная поверхность выделена синим цветом.



Команда *Compression Only Support* исключает сжатие и применяется к поверхности. Необходимая поверхность задается в параметре *Geometry*. Данное ограничение запрещает движение по нормали в направлении сжатия. Его можно использовать для моделирования жесткого закрепления поверхности, контактирующей с деталью в сборке, имеющей такую же форму. Это позволяет не вводить в расчет в явном виде контактирующую деталь.

Рассматриваемую команду можно использовать для закрепления цилиндрической поверхности, где форма сжимаемой стороны остается неизменной. Сторона, работающая на растяжение, подвергается деформации.

Использование команды *Compression Only Support* требует итерационного нелинейного решения. Сжимаемая сторона неизвестна заранее, поэтому необходим итерационный решатель, чтобы выявить, какая сторона работает на сжатие.

Пример приложения данного ограничения к поверхности модели представлен на рис. 6.52. Закрепленная поверхность выделена синим цветом.



Puc. 6.52

Команда *Cylindrical Constraint* реализует цилиндрическое закрепление и может быть применена к цилиндрической поверхности для случая малых деформаций в линейном анализе.

Закрепление цилиндрической поверхности возможно в осевом (*Axial*), радиальном (*Radial*) или касательном (*Tangential*) направлениях (рис. 6.53). Соответствующие опции в окне настроек могут принимать два значения: *Free* – свободное перемещение поверхности и *Fixed* – исключение перемещения в заданном направлении (фиксация).

E Sco	Scope				
Scop	oing Method	Geometry Select	ion		
Geo	metry	Apply	Cancel		
Def	Definition				
Тур	e	Cylindrical Suppo	ort		
Rad	ial	Fixed			
Axia	l	Fixed			
Tan	gential	Fixed			
Sup	oressed	No			

Puc. 6.53

Поверхность считается закрепленной, если хотя бы одно из направлений (*Radial, Axial* или *Tangential*) будет зафиксировано. Пример закрепления цилиндрической поверхности с помощью команды *Cylindrical Constraint* показан на рис. 6.54.





Команда *Simply Supported* применяется для запрета перемещений ребер и вершин плоских или одномерных моделей. Применение этой команды к ребру или вершине запрещает любое перемещение объекта, но разрешает вращение вокруг него. Для указания геометрического объекта необходимо выбрать нужное ребро или вершину и подтвердить выбор, нажав на кнопку *Apply* в поле параметра *Geometry*.

В графическом окне закрепленные ребра или вершины выделяются синим цветом. Пример фиксации ребра плоской пластины с помощью команды *Simply Supported* изображен на рис. 6.55.





Команда *Fixed Rotation* аналогична предыдущей и применяется для запрета поворотов поверхностей, ребер и вершин плоских или одномерных моделей. При использовании команды *Fixed Rotation* на выделенных геометрических объектах запрещается поворот вокруг осей, но разрешается перемещение вдоль осей.

Для указания геометрического объекта необходимо выбрать нужное ребро или вершину и подтвердить выбор, нажав на кнопку *Apply* в поле параметра *Geometry*. Запрет поворотов может быть установлен по одной или нескольким осям координатной системы (рис. 6.56). При этом необходимо выбрать соответствующую опцию параметров *Rotation X, Rotation Y, Rotation Z: Fixed* – приложенное закрепление, *Free* – свободное перемещение в указанном направлении. По умолчанию каждому параметру присваивается значение *Fixed*. Направление осей координат будет зависеть от того, какая система координат была выбрана – глобальная (*Global Coordinate System*) или заданная пользователем.

В графическом окне закрепленные линии выделяются синим цветом. Пример применения этой команды для ребра геометрической модели изображен на рис. 6.57.



6.3. ПАРАМЕТРЫ И ОПЦИИ РЕШАТЕЛЯ

Параметры и опции решателя устанавливаются в разделе дерева проекта. Все они разделены на группы, количество и состав которых зависит от типа текущего инженерного анализа. Для прочностного анализа (*Static Structural*) настройки решателя представлены в следующем перечне:

- 1. Step Controls (управление шагами численного решения):
- *Number Of Steps* количество шагов решения;
- *Current Step Number* номер текущего шага;
- *Step End Time* время конца текущего шага;
- Auto Time Stepping регулировка пошагового времени.

- Weak Springs добавление пружин малой жесткости;
- Large Deflection учет больших деформаций;
- Inertia Relief управление силами инерции.
- 3. Nonlinear Controls (управление нелинейным решением):
- Force Convergence критерий сходимости по силам;
- Moment Convergence критерий сходимости по моментам;
- Displacement Convergence критерий сходимости по перемещениям;

- *Rotation Convergence* - критерий сходимости по угловым перемещениям (поворотам);

– Line Search – управление сходимостью итерационного метода Ньютона-Рафсона.

- 4. Output Controls (управление результатами решения):
- Calculate Stress расчет напряжений;
- Calculate Strain расчет деформаций;
- *Calculate Contact* расчет контакта;
- *Calculate Results At* расчет результатов.
- 5. Analysis Data Management (управление данными анализа):
- Solver Files Directory рабочая директория;
- Future Analysis будущий анализ;
- Scratch Solver Files Directory файл решения директории;

– *Save ANSYS db* – сохранение результатов в формате базы данных ANSYS;

- Delete Unneeded Files удаление временных файлов;
- Nonlinear Solution нелинейное решение;
- Solver Units выбор системы единиц измерения решателя;

- *Solver Unit System* - отображение системы единиц, используемой в процессе решения.

6. Visibility (управление отображением нагрузок).

6.3.1. КОНТРОЛЬ ШАГОВ РЕШЕНИЯ

Контроль шагов решения *Step Controls* (рис. 6.58) имеет две функции: определение количества шагов и определение опций анализа для каждого шага. Шаг соответствует такому уровню нагрузок, для которых необходимо получить результаты решения. Есть задачи, где нужно получить

Step Controls	
Number Of Steps	1,
Current Step Number	1,
Step End Time	1, s
Auto Time Stepping	Program Controlled
Solver Controls	
Nonlinear Controls	
Output Controls	
Analysis Data Man	agement
Visibility	

Puc. 6.58

промежуточные результаты в пределах единственного анализа, используя многократные шаги, то есть многократные решения.

Шаги требуются, если необходимо изменить настройки анализа для определенного периода времени. Шаги также полезны для получения результатов при различных этапах анализа. Удобно отследить эти этапы как отдельные шаги в пределах истории времени. Кроме того, шаги также требуются для того, чтобы в процессе решения удалять нагрузки или добавлять новые нагрузки и ограничения, а также устанавливать их последовательность.

Количество шагов при решении задачи задает параметр *Number Of Steps*. Заданное количество шагов формирует количество строк в таблице значений в окне *Tabular Data* (см. рис. 6.11) и позволяет контролировать нагрузки и граничные условия модели на каждом шаге решения задачи.

Параметр *Current Step Number* отображает номер текущего шага задачи. Параметр *Step End Time* показывает время конца текущего шага в секундах. У каждого последующего шага время конца шага на одну секунду больше предыдущего. При необходимости это время может быть изменено.

Опция Auto Time Stepping позволяет управлять величиной шага по времени в процессе решения задачи. Она доступна для статических и

переходных исследований и особенно полезна для нелинейных решений. Регулировка временно́го шага по умолчанию контролируется программой (*Program Controlled*), но может быть включена (*On*) или выключена (*Off*) принудительно.

При выборе значения "On" пользователь самостоятельно должен установить пределы приращения нагрузки одним из двух способов (опция *Define By*): количеством подшагов (*Substeps*) или временем расчета (*Time*).

Если регулировка выполняется количеством подшагов, то необходимо определить начальное (*Initial Substeps*), минимальное (*Minimum Substeps*) и максимальное (*Maximum Substeps*) количество подшагов для каждого шага (рис. 6.59). В случае регулировки с помощью времени расчета определяется начальный (*Initial Time Step*), минимальный (*Minimum Time Step*) и максимальный (*Maximum Time Step*) размер шага времени (рис. 6.60).

De	tails of "Analysis Settir	igs"	₽	etails of "Analysis Setti	ngs"	1
Ξ	Step Controls			- Step Controls		
	Number Of Steps 1, Current Step Number 1, Step End Time 1, s			Number Of Steps 1, Current Step Number 1,		
				Step End Time	1, s	
	Auto Time Stepping	On		Auto Time Stepping	On	
	Define By	Substeps	Define By	Time		
	Initial Substeps	1,		Initial Time Step	1, s	
	Minimum Substeps	linimum Substeps 1,		Minimum Time Step	0,1s	
	Maximum Substeps	10,		Maximum Time Step	1, s	
+	Solver Controls Nonlinear Controls Output Controls		+	Solver Controls Nonlinear Controls Output Controls		
+			Ŧ			
+			Œ			
+	Analysis Data Man	agement	(±	Analysis Data Management		
+	Visibility		Ŧ	Visibility		

Puc. 6.59

Puc. 6.60

При выборе значения "*Off*" время шага фиксировано и задается двумя аналогичными способами (опция *Define By*): количеством подшагов (*Number of Substeps*) или прямым указанием шага по времени (*Time Step*).

6.3.2. УПРАВЛЕНИЕ РЕШАТЕЛЕМ

Вторая группа настроек Solver Controls предназначена для управления решателем (рис. 6.61). Опция Solver Type позволяет выбрать тип решателя. В Workbench доступны два решателя: прямой решатель (Direct Solver) и итерационный решатель (Iterative Solver). По умолчанию значение этой опции контро-

			4
+	Step Controls		
	Solver Controls		
	Solver Type	Program Controlled	
	Weak Springs	Program Controlled	
	Large Deflection	Off	
	Inertia Relief	Off	
+	Nonlinear Controls		10
+	Output Controls Analysis Data Management		
+			
T Visibility			

Puc. 6.61

лируется программно (Program Controlled).

Прямой решатель является устойчивым и используется для моделей, содержащих двумерные и одномерные тела. Итерационный решатель наиболее эффективен при расчете массивных твердотельных моделей и нелинейных задач.

Опция Weak Springs используется для дополнительного ограничения движения тел и достижения сходимости численного решения. При использовании этой опции программа определяет количество и местоположение пружин малой жесткости, которые добавляются к модели в процессе решения задачи. Искусственное введение таких пружин улучшает сходимость решения. Пружины моделируются с помощью конечного элемента COMBIN14.

По умолчанию данная опция управляется программно (*Program Controlled*). В автоматическом режиме программа старается использовать менее жестко закрепленные модели. Информация о добавлении таких пружин в процессе численного решения появляется в сообщениях окна *Messages*.

Пользователь может разрешить ("On") или запретить ("Off") введение пружин. Если выбрана позиция "On", то в группу параметров и опций Solver Controls добавляется еще одна строка – Springs Stiffness, в которой возможен выбор трех вариантов настроек жесткости добавляемых пружин:

– *Program Controlled* – добавляются пружины стандартной жест-кости;

- *Factor* – добавляются пружины с указанной жесткостью, увеличенной по сравнению со стандартной в заданное число раз (параметр *Stiffness Factor*) (рис. 6.62);

– *Manual* – добавляются пружины с определенной пользователем жесткостью (параметр *Springs Stiffness Value*) (рис. 6.63).

Solver Controls		Solver Controls	
Solver Type	Program Controlled	Solver Type	Program Controlled
Weak Springs	On	Weak Springs	On
Spring Stiffness	Factor	Spring Stiffness	Manual
Spring Stiffness Factor	1	Spring Stiffness Value	0
Large Deflection	Off	Large Deflection	Off
Inertia Relief	Off	Inertia Relief	Off

Puc. 6.62

Puc. 6.63

Опция Large Deflection применяется в прочностном анализе и определяет, должен ли решатель принять во внимание большие деформации. По умолчанию такая опция находится в выключенном режиме. Пользователь может включить эту опцию, задав значение "On". Включить опцию Large Deflection рекомендуется, если ожидаются большие перемещения или напряжения, а также при использовании гиперупругих моделей материалов.

Опция Inertia Relief используется только в линейных статических прочностных задачах. По умолчанию она отключена ("Off"). При включении этой опции ("On") вычисляется ускорение, чтобы уравновесить приложенные нагрузки. Ускорение рассчитывается по массе элемента и приложенных сил. Чтобы рассчитать ускорение, необходимо задать плотность для вычисления массы моделей.

6.3.3. УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМ РЕШЕНИЕМ

Опции из группы Nonlinear Controls позволяет управлять численным решением нелинейных задач, в частности, изменять критерии сходимости (рис. 6.64). При решении нелинейных статических или переходных исследований в каждом подшаге выполняется повторяющаяся процедура определения сходимости результатов

cons of Analysis securigs			
Step Controls	Step Controls		
Solver Controls			
Nonlinear Controls			
Force Convergence	Program Controlled		
Moment Convergence	Program Controlled		
Displacement Convergence	Program Controlled		
Rotation Convergence	Program Controlled		
Line Search	Program Controlled		
 Output Controls Analysis Data Management 			
			Visibility

Puc. 6.64

расчета. Сходимость считается обеспеченной, когда баланс нагрузок меньше, чем указанные критерии. Критерии, соответствующие типу анализа и физике модели, представлены в следующем перечне:

- Force Convergence сходимость по силам;
- *Moment Convergence* сходимость по моментам;
- Displacement Convergence сходимость по смещениям;

- Rotation Convergence - сходимость по вращениям.

Для каждого из этих критериев доступен следующий контроль сходимости:

– *Program Controlled* – автоматическая установка критериев сходимости результатов расчета;

- *Оп* – принудительная активизация выбранного критерия;

- *Remove* – выбранный критерий исключается из набора критериев сходимости.

При выборе для любого из перечисленных критериев значения "On" добавляются еще три параметра:

Value – значение, которое решатель использует для определения сходимости. При автоматической настройке (ANSYS Calculated)
 решатель вычисляет значение по внешним силам, включая реакции.
 Пользователь может ввести фиксированную величину по своему усмотрению;

Тоlerance – величина, определяющая разность между текущим и целевым значениями критерия, которую нужно достигнуть для завершения итерационного процесса. Задается в процентах;

– *Minimum Reference* – минимальный ориентир для критерия. Полезен для исследований, где внешние силы имеют тенденцию стремиться к нулю. В этих случаях большее из значений параметров *Value и Minimum Reference* будет использоваться как рекомендуемое.

Опции критериев сходимости прочностного анализа, установленные по умолчанию, показаны на рис. 6.65.



Puc. 6.65

Опция *Line Search* используется для управления сходимостью итерационного процесса нахождения решения методом Ньютона-Рафсона. Эту опцию рекомендуется включать в следующих случаях:

когда конструкция нагружена силой (в противоположность контролируемому перемещению);

при анализе конструкции с увеличивающейся жесткостью;

 если на графиках сходимости присутствуют периодические колебания.

6.3.4. УПРАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТАМИ РЕШЕНИЯ

Группа *Output Controls* позволяет управлять результатами численного решения и состоит из следующих опций (рис. 6.66):

- Calculate Stress;
- Calculate Strain;
- Calculate Contact;
- Calculate Results At.



Puc. 6.66

Три первые опции позволяют

исключать из расчета следующие характеристики: напряжение (*Stress*), деформацию (*Strain*), параметры контактирующих тел (*Contact*). Последняя опция (*Calculate Results At*) определяет значения времени, в которых результаты должны быть доступны для постпроцессинга и записаны в файл результатов:

- All Time Points все шаги по времени;
- Last Time Point последний шаг по времени;

- Equally Spaced Time Point - шаги по времени через равные интервалы.

В последнем случае нужно задать количество временных точек значения параметра (*Number Of Time Points*). Отметим, что при использовании решателя ANSYS максимальное количество наборов результатов, включаемых в файл результатов для одного анализа, по умолчанию равно 1000.

6.3.5. УПРАВЛЕНИЕ ТЕКУЩИМ АНАЛИЗОМ

Опции группы Analysis Data Management предназначены для организации работы с данными текущего анализа (рис. 6.67). Путь к модельным файлам, необходимым для запуска решателя, хранит параметр Solver Files Directory. Эта информация доступна только для просмотра.

248

etails of "Analysis Settings"	-				
			Analysis Data Management		
			Solver Files Directory	D: \ANSWORK\Prim_files \	
			Future Analysis	None	
Scratch Solver Files Direct	tory				
Save ANSYS db	No				
Delete Unneeded Files	Yes				
Nonlinear Solution	No				
Solver Units	Active System				
	mka				

Puc. 6.67

Опция Future Analysis указывает, будут ли результаты этого анализа использоваться как нагрузка или начальное условие (состояние) в последующем анализе. Доступно два значения: None и Prestressed analysis.

Информационный параметр Scratch Solver Files Directory, доступный только для чтения, показывает путь к директории, в которую будет записываться текущее

численное решение. По завершении численного расчета, в этот параметр записывается пустая строка.

Опция *Save ANSYS db* позволяет сохранить расчетные результаты в формате базы данных ANSYS. Она включается в том случае, если базу данных предполагается открывать в Mechanical APDL (ANSYS с классическим интерфейсом).

Опция Delete Unneeded Files предназначена для удаления из рабочих папок Workbench временно созданных файлов. По умолчанию она имеет значение "Yes", то есть временные файлы будут удалены. При необходимости эта опция может быть отключена.

Если в рассматриваемой задаче заданы нелинейные контактные или граничные условия, нелинейное поведение материалов и пр., то требуется нелинейное решение. В этом случае автоматически активизируется соответствующий решатель, а его статус отражается опцией *Nonlinear Solution*. Нелинейный решатель требует больше времени, чем линейный, так как для получения решения выполняется большее число итераций.

Опция Solver Units предоставляет возможность выбора для решателя системы единиц измерения и имеет две настройки: Active System – активная система единиц и Manual – ручной выбор системы единиц. По умолчанию для решателя задана активная (используемая) система единиц, которая устанавливается в пункте Unit главного меню. Используемая пользователем система единиц отмечается в нем галочкой слева (рис. 6.68). В этом случае параметр (Solver Unit System) будет доступен только для чтения. При выборе значения Manual в поле параметра Solver Unit System предоставляется выбор предусмотренных в программе систем единиц измерения. Используемые в Workbench системы единиц измерения и их обозначения приведены в табл. 6.1.

Units Tools Help	Analysis Data Manageme	nt
	Solver Files Directory	D:\ANSWORK\Prim_files\
Metric (m, kg, N, s, V, A)	Future Analysis	None
Metric (cm, g, dyne, s, V, A)	Scratch Solver Files Directory	
Metric (mm, kg, N, s, mV, mA)	Save ANSYS db	Yes
Metric (mm, t, N, s, mV, mA)	Delete Unneeded Files	Yes
Metric (mm, dat, N, s, mV, mA)	Nonlinear Solution	No
Metric (µm, kg, µN, s, V, mA)	Solver Units	Active System
U.S. Customary (ft. lbm, lbf, ºF, s, V, A)	Solver Unit System	mks
U.S. Customary (in, Ibm, Ibf, °F, s, V, A)	Visibility	

Puc. 6.68

Таблица 6.1

$\mathcal{N}_{\mathcal{O}}$	Система единиц измерения	Обозначение
1	Metric (m, kg, N, s, V, A)	mks
2	Metric (cm, g, dyne, s, V, A)	cgs
3	Metric (mm, kg, N, s, mV, mA)	nmm
4	Metric (mm, t, N, s, mV, mA)	nmm
5	Metric (mm, dat, N, s, mV, mA)	nmm
6	Metric (µm, kg, µN, s, V, mA)	μmks
7	U.S. Customary (ft, lbm, lbf, °F, s, V, A)	Bft
8	U.S. Customary (in, lbm, lbf, °F, s, V, A)	Bin

6.3.6. УПРАВЛЕНИЕ ОТОБРАЖЕНИЕМ НАГРУЗОК

Группа настроек *Visibility* позволяет управлять отображением нагрузок в текущем анализе. Нагрузки и ограничения обозначаются ла-

Visibility	
[A] Force	Display
[B] Moment (X)	Display
[C] Moment (Y)	Display
[D] Moment (Z)	Display
[E] Bearing Load (Force)	Display

тинскими буквами в алфавитном порядке (рис. 6.69). По умолчанию отображаются все заданные нагрузки (рис. 6.70). Для отключения отображения нагрузки нужно в соответствующем поле изменить

Puc. 6.69

значение Display на Omit.



ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Создайте новую объемную модель в блоке статического прочностного анализа. Запустите модуль симуляции. Ответьте на следующие вопросы:

– Для чего предназначены окна Graph и Tabular Data?

- Чем отличается информация о пошаговой нагрузке в окнах *Graph* и *Tabular Data*?

- Какие виды нагрузок доступны в меню Environment?
- Какая информация содержится в окнах детализации Details of"../?

 Перечислите инерционные нагрузки, которые могут быть заданы в конструкционном анализе Workbench.

- Назовите конструкционные нагрузки, задаваемые в разделе *Loads* панели инструментов *Environment*.

- Какие граничные условия задаются в разделе *Supports* панели инструментов *Environment*?

2. Создайте собственную координатную систему, отличающуюся по направлению осей и расположению от глобальной. Переименуйте ее. 3. Задайте произвольное количество шагов решения задачи в позиции Number of Steps элемента Analysis Settings. Как при этом изменяется вид таблицы в окне Tabular Data?

4. Задайте модели произвольное ускорение (Acceleration). Ответьте на следующие вопросы:

 Какой параметр модели материала должен быть задан обязательно, чтобы стало возможным приложение инерционных нагрузок?

- К какой части модели может быть приложено ускорение?

- Какие параметры задаются при задании нагрузок в виде вектора?

- Чем отличается задание нагрузки с помощью компонент (*Components*) по осям координат?

5. Приложите к модели гравитационное ускорение (*Standard Earth Gravity*). Направление ускорения задайте вдоль оси *V* пользовательской (вновь созданной) системы координат.

6. Задайте угловое ускорение модели с помощью команды *Rotational Velocity*. Как в графическом окне изображается заданное ускорение?

7. Перечислите способы задания давления. Приложите давление в 10 Па к поверхности модели.

8. О чем говорит знак параметра Magnitude?

9. Задайте давление жидкости на несколько поверхностей вашей модели. Что является обязательным параметром для определения гидростатического давления?

 Приложите силу к точке, ребру и поверхности модели. Ответьте на вопросы:

Будет ли влиять на направление силы выбор системы координат?

В случае приложения силы к двум поверхностям изменится ли ее величина на каждой из них?

 Что происходит с величинами силы и давления в случае увеличения площади поверхности, к которой эта сила приложена?

11. Задайте нагрузку с помощью команды *Remote Force*. Величину нагрузки, возрастающую в течение 4 шагов решения, задайте в табличной форме.

12. Приложите момент к точке, ребру или поверхности, используя команду Moment.

13. При помощи команды Fixed Support жестко закрепите ребро модели.

14. Задайте командой *Displacement* на любой поверхности объемного тела перемещение на -5 мм в направлении оси *X*. Ответьте на вопросы:

- Какими способами может быть задано перемещение?

– Что означает значение «0» для компоненты перемещения?

- Что означает значение «Free» в поле компоненты?

15. Используя команду *Frictionless Support*, задайте закрепление торцевой поверхности модели. Ответьте на вопросы:

- Какое перемещение запрещает данная команда?

- На каких геометрических объектах может быть задано такое граничное условие?

Какому граничному условию соответствует закрепление без трения?

16. Задайте на поверхности модели закрепление, исключающее сжатие (*Compression Only Support*). Ответьте на следующие вопросы:

- В каком направлении исключает перемещение данное ограничение?

- Какого решения требует использование команды Compression Only Support?

17. Создайте в геометрической модели цилиндрическое отверстие. Закрепите цилиндрическую поверхность (*Cylindrical Constraint*) в осевом, радиальном или касательном направлении. Ответьте на следующие вопросы:

- Что отражают значения параметров «Free» и «Fixed»?

– В каком случае поверхность считается закрепленной?

18. Создайте новую двумерную (плоскую) модель. С помощью команды *Simply Supported* запретите перемещение на ребре модели. Ответьте на следующие вопросы:

- По какой оси может запрещать перемещение данная команда?

– Разрешается ли вращение вокруг выбранной вершины или ребра?

19. На плоской модели запретите поворот плоскости вокруг оси *X* (*Fixed Rotation*). Ответьте на следующие вопросы:

- Будет ли конструкция иметь возможность перемещаться вдоль этой оси?

 По какому количеству осей можно запретить поворот с помощью данной команды?

Какие значения параметров присваиваются по умолчанию?

20. Выделите мышью позицию Analysis Settings в дереве проекта. Ответьте на вопросы:

- Какие опции могут быть заданы в разделе управления шагами численного решения (Step Controls)?

– Какие параметры регулируются в разделе управления решателем {Solver Controls)?

 Какие критерии сходимости могут быть использованы в процессе решения задачи (раздел Nonlinear Controls)?

– Какие параметры могут варьироваться при управлении данными анализа (Analysis Data Management)?

21. В каких случаях используется итерационный решатель?

22. Для чего служит опция Weak Springs?

23. Для чего предназначена опция Delete Unneeded Files?

ГЛОССАРИЙ

Здесь приводится перевод наиболее употребляемых в ANSYS Workbench слов и выражений.

А

Acceleration –	Ускорение
Active assembly –	Активная сборка
Active system –	Активная система
Add -	Добавить; добавленный
Add frozen –	Зафиксированное тело
Add material –	Заполнение получаемого объема
Adjustment –	Установочный размер
Advanced –	Улучшенный, усовершенствованный
Alignment –	Выравнивание
All time points –	Все шаги по времени
Always –	Всегда
Analysis data management –	Управление данными анализа
Analysis settings –	Настройки текущего анализа
Angle –	Угол
Animate –	Анимация; провести анимацию
Apply –	Применить
Arbitrary –	Произвольный, произвольно выбранный
Arc –	Дуга
Auto constraints –	Автоопределение
Auto time stepping –	Регулировка пошагового времени
Axial –	Осевой
Axis –	Ось, осевая линия
Axis of rotation –	Ось вращения

B

Base object – Bearing load – Имя эскиза Неравномерная нагрузка на опоры

Характеристики приложения нагрузки
Изгиб, перегиб
Центр тяжести тела
Операции над трехмерными объектами
Натяжение
Логические операции
Асимметрия в двух направлениях
Симметрия в двух направлениях
Граница
Параллелепипед

С

Calculate contact –	Расчет контакта
Calculate results at –	Расчет результатов
Calculate strain –	Расчет деформаций
Calculate stress –	Расчет напряжений
Cancel –	Отмена; отменить
Chamfer –	Фаска
Children –	Подчиненные объекты
Circle –	Окружность
Circular –	Круглый
Clear selection –	Очистить текущее выделе
Coarse –	Грубый
Coincident –	Совпадение
Collapse features –	Скрыть уточнения
Components –	Компоненты
Compression only support –	Закрепление сжатия
Concentric –	Концентричность
Concept –	Принцип, концепция
Cone –	Конус
Constant –	Фиксированное значение
Constrain –	Ограничивать

В ій й екты выделение ИЯ ция

Constraint equation –	Ограничение, определяемое уравнением
Constraints –	Инструменты для задания ограничений и
	геометрических условий
Construction point –	Геометрическая точка
Construction point at inter-	Геометрическая точка на пересечении
section –	двух кривых
Contact region –	Область (зона) контакта
Contact sizing –	Определение размера элемента в кон-
	тактной области
Coordinate systems –	Система координат
Copies –	Количество копий
Copy –	Копирование
Corner –	Угол
Coupling –	Связывание
Create –	Создать
Cross section –	Поперечное сечение
Current step number –	Номер текущего шага
Cursors –	Указатель
Curve –	Кривая
Cut –	Удаленный; удалить
Cut material –	Удаление материала в получаемом объеме
Cycles –	Циклы
Cyclic –	Циклический
Cylinder –	Цилиндр
Cylindrical support –	Цилиндрическое закрепление

D

Defaults –	Значения по умолчанию
Define by –	Задать (определить) по
Defined –	Определенный
Definition –	Описание, определение
Deformable –	Деформируемый

Delete –	Удалить
Delete unneeded files –	Удаление временных файлов
Depth –	Длина
Details –	Детали, подробности
Details of "" –	Окно детализации какой-либо команды
Diameter –	Диаметр
Dimensions –	Инструменты для задания размеров
	эскиза
Direct solver –	Прямой решатель
Direction –	Указание
Direction –	Направление
Direction vector –	Направляющий вектор
Displacement –	Перемещение
Displacement convergence –	Критерий сходимости по перемещениям
Display names –	Вывод на экран имени размерного
	параметра
Display values –	Вывод на экран значения размерного
	параметра
Distance –	Расстояние, удаление
Divisions –	Участки
Drag –	Изменение
Draw –	Инструменты рисования эскиза
Dropped –	Удалённый
Duplicate –	Дублирование
Ε	
Edge delete –	Удалить ребро
Edit –	Редактировать
Elastic support –	Упругое закрепление

Узлы в середине стороны элемента

Ellipse –	Эллипс
Environment –	Граничные условия
Equal distance –	Одинаковое расстояние
Equal length –	Одинаковая длина
Equal radius –	Одинаковые радиусы
Equally spaced time point –	Шаги по времени через равные интервалы
Evenly spaced –	Равноотстоящий
Expand –	Расширять, увеличивать
Export –	Экспортировать
Extend –	Продолжение
Extend type –	Тип выдавливания
Extrude –	Линейное выдавливание

F

Face delete –	Удаление грани или поверхности
Factor –	Коэффициент, множитель
Fast –	Быстрый
Fill –	Заполнение
Fillet –	Скругление угла
Fine –	Мелкий
Fixed –	Закрепленный, неподвижный, связан-
	ный, неизменный
Fixed rotation –	Запрет поворотов
Fixed support –	Жесткая заделка
Fluid density –	Плотность жидкости
Fluid solid interface –	Взаимодействие жидкостей (газов)
	и твердых тел

Force –	Сила
Force convergence –	Критерий сходимости по силам
Free –	Свободный
Freeze –	Фиксация, заморозка
Frictionless support –	Закрепление без трения

Элементы

Размер элемента

Element midside nodes –

Element size –

Elements –

Full assembly –	Полная сборка
Full circle –	Полная окружность
Function –	Функция
Future analysis –	Будущий анализ

G G

General –	Общий размер
Generalized plane strain –	Обобщенная плоская деформация
Generate mesh –	Генерировать (создавать) сетку конеч-
	ных элементов
Geometry –	Геометрия, графическое окно
Geometry selection –	Выбор геометрической фигуры
Global coordinate system –	Глобальная система координат
Graph –	График, окно графического отображения
	нагрузок по шагам
Graphics annotation –	Пояснения к графическим данным
Grid –	Отображение сетки

H

Healing –	«Залечивание»
Hide sketch –	Скрыть эскиз
High –	Высокий
Horizontal –	Горизонтальность
Hydrostatic pressure –	Гидростатическое давление

Ι

Ignore axis –	Не учитывать координатные оси
Impedance boundary –	Граничное сопротивление
Import –	Импортировать, вносить
Imprint faces –	Впечатывание поверхности, проекция
	одного тела на поверхности другого
Inertia relief –	Управление силами инерции

Inertial –	Инерционные нагрузки
Initial size seed –	Начальный размер элемента
Initial substeps –	Начальное количество подшагов
Initial time step –	Начальный размер шага времени
Integrated –	Объединенный
Intersect –	Пересечь
Inward thickness –	Толщина стенки, отсчитываемая внутрь
	контура
Iterative solver –	Итерационный решатель
т	
J Joint load _	Нагрузки в сопряжениях
50111 10tu —	парузки в сопряжениях
К	
Kept –	Сохраненный
L	
Large deflection –	Учет больших деформаций
Last time point –	Последний шаг по времени
Length –	Длина
Length/distance –	Длина, расстояние между двумя точками
Line –	Простой отрезок
Line body –	Одномерное тело
Line by 2 tangents –	Отрезок, касательный к двум объектам
Line from points –	Линии по точкам
Line pressure –	Давление на линии
Line search –	Параметр итерационного метода Ньюто-
	на-Рафсона
Loads –	Конструкционные нагрузки – силы и
	моменты, действующие на модель
Look at –	Вид со стороны нормали
Loose –	Широкий
Low –	Низкий

Μ

Magnitude –	Величина
Major grid spacing –	Размер основной ячейки сетки
Manual –	Руководство; выполняемый вручную
Mapped face meshing –	Регулярное разбиение поверхности на
	конечные элементы
Master geometry –	Основная геометрическая фигура
Match control –	Управление сеткой на сочетающихся по-
	верхностях
Maximum substeps –	Максимальное количество подшагов
Maximum time step –	Максимальный размер шага времени
Medium –	Средний
Mesh –	Сетка
Mesh control –	Средства управления сеткой
Message –	Сообщение
Method –	Метод, способ
Midpoint –	Середина
Mid-surface –	Выделение двумерной оболочки из объ-
	емного тела
Minimum edge length –	Минимальная длина ребра
Minimum reference –	Минимальный ориентир
Minimum substeps –	Минимальное количество подшагов
Minimum time step –	Минимальный размер шага времени
Minor-steps per major –	Число делений основной ячейки
Mirror –	Отражение
Model –	Модель
Modeling –	Моделирование
Modify –	Инструменты редактирования эскиза
Moment –	Момент
Moment convergence –	Критерий сходимости по моментам
Move –	Изменять, перемещать

Ν

Named selection –	Выборка с заданным именем
New section plane –	Новая плоскость сечения
No selection –	Не выбрано
Nodes –	Узлы
Nonlinear controls –	Управление нелинейным решением
Nonlinear solution –	Нелинейное решение
Normal to –	По нормали к
Number of steps –	Количество шагов решения
Number of time points –	Количество временных точек

0

Off –	Выключено
Offset –	Величина смещения
On –	Включено
Operation –	Вид операции
Orientation about principal	Ориентация относительно главной оси
axis –	
Origin –	Новый
Output controls –	Выходной контроль
Outward thickness –	Толщина стенки, отсчитываемая наружу
	контура
Oval –	Овал

Р

Parallel –	Параллельность
Parallelepiped –	Параллелепипед
Parents –	Корневые (родительские) объекты
Part –	Деталь, часть
Paste –	Вставка
Paste handle –	Точка привязки
Path –	Эскиз с направляющей кривой

Pattern –	Копирование по шаблону
Perpendicular –	Перпендикулярность
Please define –	Установите, пожалуйста
Point –	Точка
Polygon –	Многоугольник
Polyline –	Ломаная линия
Preadjustment –	Значение установочного размера
Preload –	Предварительное натяжение
Preserve –	Сохранять
Pressure –	Давление
Preview –	Предварительный просмотр
Preview surface mesh –	Предварительный просмотр сетки
	конечных элементов на поверхности
Primitives –	Основные объемы, объемные примитивы
Principal axis –	Главная ось
Print preview –	Предварительный просмотр чертежа
Prism –	Призма
Profile –	Базовый эскиз
Program controlled –	Контролируемый программой
Project –	Проект
Pyramid –	Пирамида

Q

Quadrilaterals –

R

Radial –	Радиальный
Radius –	Радиус
Ratio –	Коэффициент, отношение
Rectangle –	Прямоугольник
Rectangle by 3 points –	Прямоугольник по трем точкам
Rectangular –	Прямоугольный

Redo –	Повторение отмененного шага
Reference only –	Только информационный
Refinement –	Совершенствование, усовершенствование
Refresh –	Обновление, регенерация
Relevance –	Соответствие, относимость
Remote displacement –	Перемещение с поворотом
Remote force –	Удаленная нагрузка
Remove –	Убирать, удалять
Rename –	Переименовать
Replicate –	Размножение
Report –	Отчет, протокол
Reset –	Вновь устанавливать, перенастройка
Reversed –	Противоположный
Revolve –	Вращение
Rigid –	Жесткий, неподатливый
Rotate –	Вращать
Rotation –	Вращение
Rotation convergence –	Критерий сходимости по угловым
	перемещениям (поворотам)
Rotational velocity –	Скорость вращения
Ruler –	Линейка

S

Save ANSYS db –	Сохранение результатов в формате базы данных ANSYS
Scale –	Масштаб, масштабирование
Scaling factor –	Масштабный коэффициент
Scope –	Область (действия)
Scoping method –	Метод, опирающийся на выделение
	области
Scratch solver files directory	Файл решения директории
_	

Тетрагоны, четырехугольники

Section –	Сечение
Select multiple –	Множественный выбор
Select new symmetry axis –	Изменение оси симметрии
Selection –	Выбор
Semi-automatic –	Полуавтоматический
Setting –	Настройка, установка
Sew –	Соединение, сшивка
Shape –	Форма
Shape checking –	Проверка формы
Show dependencies –	Вывести (на экран) взаимосвязь эскиза с
	другими объектами
Simplify –	Упростить
Simply supported –	Простое закрепление
Sizing –	Определение размера элемента
Sketch instance –	Копирование эскиза
Sketching toolboxes –	Инструменты эскизирования
Skin/loft –	Протяжка по сечениям
Slave geometry –	Подчиненная геометрическая фигура
Slice –	Делить на части
Slice by faces –	Деление на основе выделенных граней
Slice by plane –	Деление плоскостью
Slice by surface –	Деление поверхностью
Slice off edges	Деление на основе выделенных ребер
Slow –	Медленный
Smoothing –	Сглаживание, выравнивание
Snaps per minor –	Привязка внутри дополнительных ячеек
Solid –	Трехмерный объект, тело
Solids –	Объемные тела
Solver controls –	Управление решателем
Solver files directory –	Рабочая директория
Solver type –	Определение типа решателя
Solver unit system –	Отображение системы единиц, исполь-

	зуемой в процессе решения	
Solver units –	Выбор системы единиц измерения	
	решателя	
Span –	Диапазон, границы	
Sphere –	Шар	
Spline –	Гладкая кривая, сплайн	
Spline edit sphere –	Редактирование кривой	
Split –	Рассекать	
Split at select –	Разделить, кликнув мышью по месту	
	разделения на требуемом объекте	
Split edge into n equal seg-	Разделить объект на <i>n</i> частей одинаковой	
ments –	длины	
Split edges –	Рассекать ребра	
Split edges at all points –	Разделить на части по существующим	
	точкам на объекте	
Split edges at point –	Разделить на части, указав существую-	
	щую точку на объекте	
Springs stiffness –	Жесткость пружины	
Springs stiffness factor –	Коэффициент жесткости пружины	
Standard earth gravity –	Обычная гравитация	
Static structural –	Статический прочностной анализ	
Statistics –	Статистические данные	
Step control –	Управление шагами численного решения	
Step end time –	Время конца текущего шага	
Substeps –	Количество подшагов	
Subtract –	Вычесть	
Supports –	Закрепление, ограничение степеней	
	свободы	
Suppressed –	Блокированный, подавленный	
Surface body –	Оболочка, двумерный объект	
Sweep –	Протяжка вдоль контура	
Symmetry –	Симметрия	

Т	
Tabular –	Табличный
Tabular data –	Окно табличного задания нагрузок
Tangent –	Касание
Tangent line –	Отрезок, касательный к объекту
Tangential –	Тангенциальный
Thermal condition –	Тепловые нагрузки
Thickness –	Толщина
Through all –	Через все
Time –	Время расчета
Time step –	Время шага
Timestamp –	Метка даты/времени
Tolerance –	Допуск
Torus –	Тор
Transformation –	Изменение размеров и/или формы
Transition –	Переход, преобразование
Translate –	Выполнить линейное смещение
Tree outline –	Дерево построения
Triad –	Оси декартовой системы координат
Triangles –	Треугольники
Trim –	Усечение
Trim 1st –	Усечение одного отрезка
Trim both –	Усечение двух отрезков
Trim none –	Ничего не усекать
Type –	Тип
U	
Undo –	Отменить построения, вернуться
	к предыдущему состоянию
Unite –	Объединять
Update –	Обновить
Use advanced size function	Использовать функции улучшения
_	размера

Use global setting –	Использовать общие (глобальные) на- стройки
User define –	Определяемый пользователем
v	
Value –	Значение
Vector –	Вектор
Velocity –	Скорость
Vertical –	Вертикальность, вертикальный размер (параллельный оси <i>Y</i>)
View advanced options –	Изображение опций улучшения сетки
Visibility –	Управление отображением нагрузок

W

Weak springs – Wizard – Добавление пружин малой жесткости Мастер

Единицы измерения

A, mA –	А, мА
kg, g, t, dat –	кг, г, т, дат
m, cm, mm, μm –	м, см, мм, мкм
N, dyne, μ N –	Н, дин, мкН
S —	сек
V, mV –	В, мВ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Бате К.Д., Вилсон Е.Л. Численные методы анализа и метод конечных элементов / Пер. с англ. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
- Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов. М.: Высш. шк., 2005. – 840 с.
- Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Пер. с англ. М.: Мир, 1984. – 428 с.
- 4. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов: от интуиции к общности. Сб. переводов «Механика». М.: Мир, 1970. №6. С. 90-103.
- 5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ. М.: Мир, 1975. 541с.
- Норри Д, Де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов / Пер. с англ. М.: Мир, 1981. – 304 с.
- Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов: Учеб. пособие для студентов авиац. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1985. – 392 с.
- Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
- Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Пер. с англ. М.: Мир, 1979. – 392с.
- Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов / Пер. с англ. М.: Мир, 1977. – 349 с.
- 11. Clough R.W. The finite element method in plane stress analysis. J. Struct. Div., ASCE, Proc. 2nd A.S.C.E. Conf. on Electronic Computation, Sept. 1960, p. 345-378.
- 12. Courant R. Variational Method for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibration. Bull. Amer. Math. Soc., 49, 1943, p. 1-43.
- 13. ANSYS Help.

Учебное издание

БРУЯКА Виталий Анатольевич, ФОКИН Владимир Григорьевич СОЛДУСОВА Екатерина Александровна, ГЛАЗУНОВА Наталья Андреевна, АДЕЯНОВ Игорь Евгеньевич

> Инженерный анализ в ANSYS Workbench Часть I

Редактор Ю.А. Петропольская Верстка И.О. Миняева Выпускающий редактор Н.В. Беганова

Подписано в печать 24.09.10 Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Усл. п. л. 15,75. Уч.-изд. л. 15,72. Тираж 50 экз. Рег. №137/10

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный технический университет» 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Главный корпус

Отпечатано в типографии Самарского государственного технического университета 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244. Корпус №8